

# PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM

Fizika Doktori Iskola

Kvantumoptika és kvantuminformatika Program

## A fény nemklasszikus állapotainak haladóhullámú előállítása

Doktori disszertáció

**Mogyorósi Gábor**

témavezető:

**Dr. Ádám Péter**

habil. egyetemi docens



Pécs, 2020

# Tartalomjegyzék

<b>Bevezetés</b>	<b>4</b>
<b>1. Elméleti háttér</b>	<b>5</b>
1.1. Alapismeretek . . . . .	5
1.2. A kvantált sugárzási tér kvantumállapotai . . . . .	8
1.2.1. Koherens állapotok . . . . .	8
1.2.2. Összenyomott állapotok . . . . .	10
1.2.3. Összenyomott fotonszámállapotok . . . . .	13
1.2.4. Binomiális és negatív binomiális állapotok . . . . .	14
1.2.5. Speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók . . . . .	16
1.2.6. Schrödinger-macska állapotok . . . . .	17
1.2.7. Amplitúdó-összenyomott állapotok . . . . .	18
1.3. A kvantumoptika elemei . . . . .	20
<b>2. Irodalmi áttekintés</b>	<b>24</b>
<b>3. Célkitűzés</b>	<b>28</b>
<b>4. A fény nemklasszikus állapotainak előállítása egy mérést tartalmazó optikai rendszerrel</b>	<b>29</b>
4.1. Kísérleti elrendezés . . . . .	29
4.2. A kimenő állapot meghatározása koherens-bázisban . . . . .	32
4.3. A kísérleti elrendezés optimalizálása . . . . .	35
4.4. Binomiális és negatív binomiális állapotok előállítása . . . . .	38
4.5. Speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók előállítása . . . . .	43

4.6. Összenyomott fotonszámállapotok előállítása . . . . .	46
4.7. Amplitúdó-összenyomott állapotok előállítása . . . . .	49
4.8. Schrödinger-macska állapotok előállítása . . . . .	53
4.9. Pareto-optimalizáció . . . . .	57
4.10. Az eljárás pontossága . . . . .	59
<b>Összefoglalás</b>	<b>62</b>
<b>Summary (angol nyelvű összefoglaló)</b>	<b>66</b>
<b>Köszönetnyilvánítás</b>	<b>70</b>
<b>Publikációk jegyzéke</b>	<b>71</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>74</b>

# Bevezetés

A fény nemklasszikus állapotainak előállítása és alkalmazása a kvantumoptikai kutatások egyik fontos témája. A nemklasszikus állapotok fontos szerepet játszanak a kvantum-informatikai rendszerekben, a nagy pontosságú mérés technikában, a gravitációs hullámok detektálásában és az alapvető kvantummechanikai problémák vizsgálatában. Előállításukra többféle módszer létezik az irodalomban. A gyakorlati felhasználás szempontjából különösen érdekesek azok a kutatások, ahol a nemklasszikus állapotok haladóhullámú feltételes előállításával foglalkoznak. A nemklasszikus állapotok feltételes előállítására alkalmas elrendezések többsége nyalábosztókból, mérésekből és speciális esetekben pedig több bemenő állapotból állnak, amelyekkel egy adott, vagy kevés számú nemklasszikus állapot előállítására alkalmasak. A kvantumállapot-tervezéssel (quantum state engineering) foglalkozó kutatások célja, hogy egy kísérleti elrendezésben lehessen több, tetszőleges nemklasszikus állapotot nagy pontossággal előállítani.

A dolgozatban dokumentált kutatómunka célkitűzése olyan kevés számú optikai elem-ből, egy nyalábosztóból és egy mérésből álló haladóhullámú optikai rendszer kifejlesztése és optimalizálása, amellyel a fény több nemklasszikus állapota kísérletileg előállítható legyen nagy pontossággal és magas előállítási valószínűséggel. A dolgozat 1. fejezete tartalmazza az alapvető ismereteket, majd a fény néhány kvantumállapotát és a kvantumoptika elemeit, azaz a nyalábosztók, a homodin mérések, valamint a fotonszámfeloldó detektorok elméletét. A 2. fejezetben az adott témakörben publikált korábbi eredményekről, a 3. fejezetben kutatásunk fő célkitűzéséről lesz szó részletesen. A 4. fejezet 10 alfejezetre tagolódik, ezek az alfejezetek tartalmazzák a javasolt kísérleti elrendezést, a kidolgozott eljárást, a különböző nemklasszikus állapotok előállíthatóságát a javasolt optikai rendszerrel, valamint a rendszer hatékonyságát néhány jellemző hibaforrás figyelembevételével.

# 1. fejezet

## Elméleti háttér

### 1.1. Alapismeretek

Ebben a fejezetben áttekintjük a disszertáció megértéséhez szükséges alapismereteket. Feltételezzük, hogy az olvasó rendelkezik az alapvető kvantummechanikai ismeretekkel.

A fény kvantumelmélete, a kvantumelektrodinamika szerint a szabad elektromágneses sugárzási teret a klasszikus elektrodinamikai törvényeknek megfelelően adott térrészben először normálmódusaira bontjuk periodikus határfeltételek mellett, majd minden normálmódushoz egységnyi tömegű kvantummechanikai harmonikus oszcillátort rendelünk úgy, hogy az oszcillátor energiája egyezzen meg a térmódus teljes sugárzási energiájával [1, 2]. Az eljárás eredményeként az elektromos, illetve a mágneses térerősségek operátorait egy  $L$  élhosszúságú kocka alakú térrészben a következő alakban kapjuk meg [3–5]:

$$\hat{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = i \sum_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda} \left( \frac{\hbar \omega_k}{2 \varepsilon_0 L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{\mathbf{e}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda} \left[ \hat{\mathbf{a}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda} \exp(-i(\omega_k t - \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{r}})) - \hat{\mathbf{a}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda}^\dagger \exp(i(\omega_k t - \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{r}})) \right], \quad (1.1)$$

$$\hat{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t) = i \sum_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda} \left( \frac{\hbar}{2 \omega_k \varepsilon_0 L^3} \right)^{\frac{1}{2}} \vec{\mathbf{k}} \times \vec{\mathbf{e}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda} \left[ \hat{\mathbf{a}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda} \exp(-i(\omega_k t - \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{r}})) - \hat{\mathbf{a}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda}^\dagger \exp(i(\omega_k t - \vec{\mathbf{k}} \vec{\mathbf{r}})) \right], \quad (1.2)$$

ahol  $\vec{\mathbf{e}}_{\vec{\mathbf{k}}, \lambda}$  a polarizációs vektor, a  $\lambda$  index két független polarizációs irányt jelöl ( $\lambda = 1, 2$ ),  $c$  a vákuumbeli fénysebesség,  $\varepsilon_0$  a vákuum dielektromos állandója,  $\omega_k$  a körfrekvencia, a  $\vec{\mathbf{k}}$  hullámszámvektor pedig eleget tesz a

$$k_i = \frac{2\pi}{L} n_i \quad (\text{ahol } n_i = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots), \quad (1.3)$$
$$\omega_k = c |\vec{\mathbf{k}}|$$

egyenleteknek. A továbbiakban a módusindexet  $k$ -val jelöljük:  $k = (\vec{\mathbf{k}}, \lambda)$ . Az elektromos és mágneses térerősség operátoraira vonatkozó (1.1) és (1.2) képletekben szereplő  $\hat{\mathbf{a}}_k$  és  $\hat{\mathbf{a}}_k^\dagger$  az ún. fotoneltüntető és fotonkeltő operátorok, amelyek lehetővé teszik a kölcsönhatás során változó részecskeszám leírását. A fotoneltüntető és -keltő operátorok kifejezhetők a hermitikus  $\hat{\mathbf{q}}_k$  koordináta- és  $\hat{\mathbf{p}}_k$  impulzusoperátorokkal:

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (\omega_k \hat{\mathbf{q}}_k + i\hat{\mathbf{p}}_k), \quad (1.4)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_k^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} (\omega_k \hat{\mathbf{q}}_k - i\hat{\mathbf{p}}_k). \quad (1.5)$$

Az elektromos és mágneses térerősség operátoraira vonatkozó (1.1) és (1.2), valamint a fotoneltüntető és -keltő operátorokra vonatkozó (1.4) és (1.5) képletek felhasználásával a teljes sugárzási tér Hamilton-operátorát az  $L^3 = V$  térfogatban

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{2} \int_V \left( \varepsilon_0 \hat{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t)^2 + \frac{1}{\mu_0} \hat{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{r}}, t)^2 \right) dV = \sum_k \hbar\omega_k \left( \hat{\mathbf{n}}_k + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \sum_k (\hat{\mathbf{p}}_k^2 + \omega_k \hat{\mathbf{q}}_k^2) \quad (1.6)$$

alakban írhatjuk fel, ahol az  $\hat{\mathbf{n}}_k = \hat{\mathbf{a}}_k^\dagger \hat{\mathbf{a}}_k$  az ún. fotonszám-operátor. A sugárzási tér energiája tehát oszcillátorenergiák összegeként áll elő. A kvantummechanikából ismert módon az  $\hat{\mathbf{n}}_k$  fotonszám-operátorok sajátértékei nemnegatív egész számok. A  $k$  indexű módus energia-sajátértékeit a következő alakban írhatjuk fel:

$$E_{n_k} = \hbar\omega_k \left( n_k + \frac{1}{2} \right), \quad (1.7)$$

a megfelelő normált  $|\{n_k\}\rangle$  fotonszámállapotok pedig kielégítik az  $\hat{\mathbf{n}}_k$  fotonszám-operátor sajátérték-egyenletét:

$$\hat{\mathbf{n}}_k |\{n_k\}\rangle = n_k |\{n_k\}\rangle. \quad (1.8)$$

A fotonszámállapotok a vákuumállapotból ismételt gerjesztéssel kaphatók:

$$|\{n_k\}\rangle = \prod_k \frac{(\hat{\mathbf{a}}^\dagger)^{n_k}}{\sqrt{n_k!}} |0_k\rangle. \quad (1.9)$$

Az optikai fázisdiagram, vagy más néven fázistér ábrázolásához célszerű bevezetni az ún. kvadratúraoperátorokat, amelyeket a következő definícióval írhatunk fel:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \sqrt{\frac{\omega_k}{2\hbar}} \hat{\mathbf{q}}_k = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{a}}_k + \hat{\mathbf{a}}_k^\dagger), \quad (1.10)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_k = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} \hat{\mathbf{p}}_k = \frac{1}{2i} (\hat{\mathbf{a}}_k - \hat{\mathbf{a}}_k^\dagger). \quad (1.11)$$

A kvadratúraoperátorok szórásaira vonatkozó

$$\Delta\hat{X}_k\Delta\hat{Y}_k \geq \frac{1}{4} \quad (1.12)$$

Heisenberg-féle határozatlansági reláció bármely állapotban teljesül. A továbbiakban a sugárzási tér egyetlen módusával foglalkozunk, azaz elhagyhatjuk a  $k$  módusindexet.

A kvantummechanikai fázistéren értelmezhetünk ún. kvázivalószínűség-eloszlásfüggvényeket, amelyekkel a kvantált elektromágneses sugárzási tér állapotai reprezentálhatók. Néhány fontos állapotot a későbbi fejezetekben fogunk részletesen tárgyalni. Különböző kvázivalószínűség-eloszlásfüggvények léteznek az irodalomban, mint például a Glauber-Sudarshan  $P$ -reprezentáció [6, 7], a Husimi-féle  $Q$ -reprezentáció [8], valamint a Wigner-féle kvázivalószínűség-eloszlások [9]. A továbbiakban a Wigner-függvényeket alkalmazzuk, amelyet a következő definíció ír le [4]:

$$W(\alpha) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[\alpha\eta^* - \alpha^*\eta] \cdot \text{Tr}[\hat{\rho} \exp(\eta\hat{\mathbf{a}}^\dagger - \eta^*\hat{\mathbf{a}})] d^2\eta. \quad (1.13)$$

A  $W(\alpha)$  Wigner-függvény a  $q$  helykoordináta és a  $p$  impulzus által kifizített klasszikus fázistérben definiált valószínűségeloszlás-függvény kvantumozott megfelelője. A kvantummechanikában a  $\hat{q}$  helykoordináta- és  $\hat{p}$  impulzusoperátorok nem felcserélhetők, ezért a Wigner-függvény bizonyos állapotok esetén negatív értéket is felvesz [10, 11]. Ezt a tulajdonságot a nemklasszikus állapotok definíciójául is használhatjuk. Ezek a tulajdonságok magyarázzák a „kvázivalószínűség-eloszlásfüggvények” elnevezést. Alkalmazzuk hasonló a klasszikus eloszlásfüggvényekhez. Ha egy  $|\varphi\rangle$  állapothoz tartozó  $W_\varphi(\alpha)$  Wigner-függvényt (ahol  $\alpha = x + iy$ ) például az egyik változó szerint integráljuk, akkor a másik változó szerinti valószínűségeloszlást, azaz a hullámfüggvény abszolút érték négyzetét kapjuk [12–17]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_\varphi(x, y) dx = |\langle y|\varphi\rangle|^2 = |\varphi(y)|^2, \quad (1.14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} W_\varphi(x, y) dy = |\langle x|\varphi\rangle|^2 = |\varphi(x)|^2. \quad (1.15)$$

Ezek a kvázivalószínűség-eloszlásfüggvények egyértelműen leírják a kvantumállapotokat, ábrájuk az állapotok jellemző „képe”. A disszertációban több helyen mutatunk be Wigner-függvényeket.

## 1.2. A kvantált sugárzási tér kvantumállapotai

### 1.2.1. Koherens állapotok

Koherens állapotok a kvantált elektromágneses sugárzási tér nevezetes állapotai [3,4,6]. A koherens állapotok a fotoneltüntető operátor sajátállapotai:

$$\hat{\mathbf{a}}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle, \quad (1.16)$$

ahol  $\alpha = |\alpha| \cdot \exp(i\phi)$  a koherens komplex amplitúdó,  $\phi$  a fázisszög. A koherens állapotok kifejezhetők fotonszámállapotok szerint:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (1.17)$$

Egy koherens állapot a vákuumállapotból a  $\hat{\mathbf{D}}(\alpha) = \exp(\alpha\hat{\mathbf{a}}^\dagger - \alpha^*\hat{\mathbf{a}})$  ún. koherens eltolási operátor alkalmazásával kapható meg:

$$|\alpha\rangle = \hat{\mathbf{D}}(\alpha)|0\rangle. \quad (1.18)$$

Innen ered a koherens állapot egy másik elnevezése: eltolt vákuumállapot [4,6,18,19]. A koherens állapotok nem ortogonálisak, de teljes rendszert alkotnak az oszcillátor Hilbert-terében. Koherens állapotban a fotonszám középértéke és szórásnégyzete megegyezik és egyenlő az  $\alpha$  komplex amplitúdó abszolút érték négyzetével:

$$(\Delta\hat{\mathbf{n}})_\alpha^2 = \langle\hat{\mathbf{n}}\rangle_\alpha = |\alpha|^2, \quad (1.19)$$

a fotonstatisztika pedig Poisson-féle diszkrét valószínűségi eloszlás:

$$P(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} e^{-|\alpha|^2}. \quad (1.20)$$

Itt érdemes megjegyezni, hogy ha egy állapot esetén  $(\Delta\hat{\mathbf{n}})^2 < \langle\hat{\mathbf{n}}\rangle$ , akkor szub-Poisson, ha  $(\Delta\hat{\mathbf{n}})^2 > \langle\hat{\mathbf{n}}\rangle$ , akkor szuper-Poisson fotonstatisztikáról beszélünk. A szub-Poisson statisztikájú fényt szokás amplitúdó-összenyomott állapotoknak nevezni. Az elektromos térerősségre vonatkozó (1.1) összefüggés felhasználásával az elektromos térerősség középértékére és szórására a következő összefüggéseket adhatjuk meg:

$$\langle\hat{\mathbf{E}}\rangle_\alpha = \left(\frac{2\hbar\omega}{\varepsilon_0 V}\right)^{\frac{1}{2}} |\alpha| \sin(\omega t - \vec{\mathbf{k}}\vec{\mathbf{r}} - \phi), \quad (1.21)$$

$$\Delta\hat{\mathbf{E}}_\alpha = \left(\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.22)$$

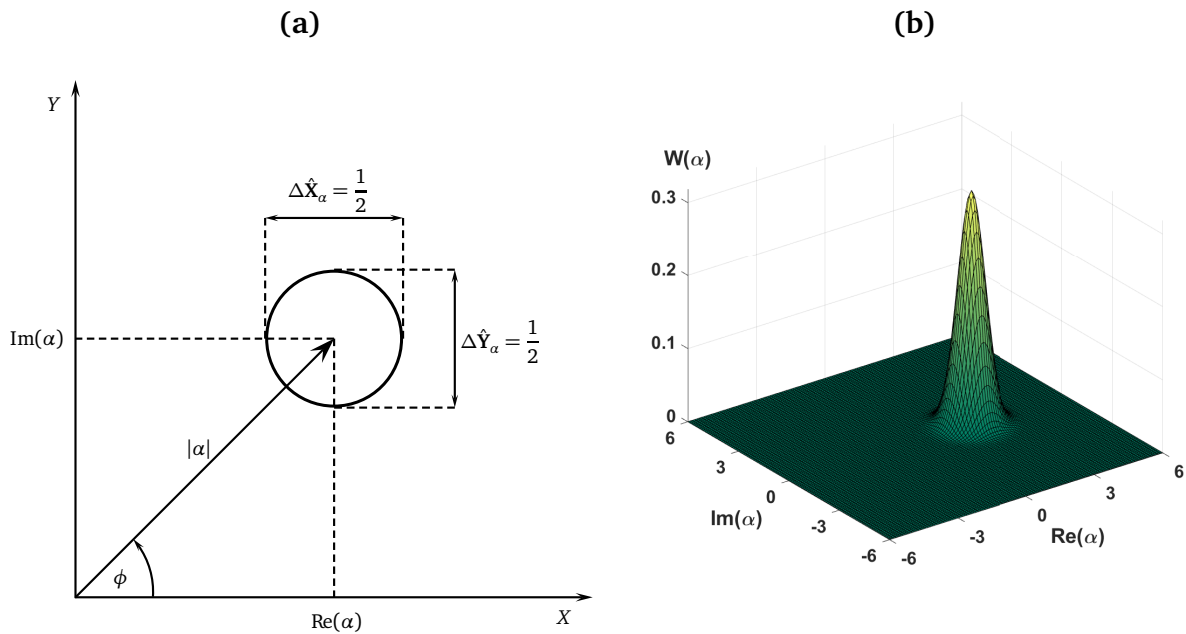


A koherens állapot tehát a klasszikus elektromágneses térnek, a monokromatikus síkhullámnak megfelelő kvantumállapot. Amplitúdója arányos a hullám amplitúdójával, fázisa pedig a hullám kezdőfázisa. Koherens állapotban a kvadratúraoperátorok középértékét és szórását a következő módon írhatjuk fel:

$$\langle \hat{X} \rangle_\alpha = \text{Re}(\alpha), \quad \langle \hat{Y} \rangle_\alpha = \text{Im}(\alpha), \quad (1.23)$$

$$\Delta \hat{X}_\alpha = \Delta \hat{Y}_\alpha = \frac{1}{2}, \quad (1.24)$$

tehát a két kvadratúraoperátor szórása azonos és független az amplitúdótól, a Heisenberg-féle határozatlansági relációra vonatkozó (1.12) összefüggés pedig egyenlőségként teljesül. A koherens állapot tehát ún. minimális bizonytalanságú állapot. A koherens állapot bizonytalansági képét és Wigner-függvényét a fázistérben az 1.1. ábra mutatja.



**1.1. ábra.** Koherens állapot kör alakú bizonytalansági képe **(a)** és Wigner-függvénye a fázistérben **(b)**.

Egy koherens állapotot a  $[\text{Re}(\alpha), \text{Im}(\alpha)]$  koordinátapont jellemzi, az e körüli  $\frac{1}{2}$  átmérőjű kör pedig a kvadratúrák bizonytalanságát jelképezi.

## 1.2.2. Összenyomott állapotok

Az összenyomott állapotok olyan fényállapotok, amelyekben valamely mérhető fizikai mennyiség kvantumzaja kisebb, mint koherens állapotban [20–22]. Tekintsük a következő unitér operátort:

$$\hat{\mathbf{S}}(\zeta) = \exp\left(\frac{1}{2}\zeta^* \hat{\mathbf{a}}^2 - \frac{1}{2}\zeta(\hat{\mathbf{a}}^\dagger)^2\right), \quad (1.25)$$

amelyet szokás összenyomási operátornak hívni [23–26], ahol  $\zeta = r \cdot \exp(i\theta)$  az összenyomási paraméter,  $r$  az összenyomás erősségét jellemző paraméter, a  $\theta$  pedig a fázisszög. Az  $\hat{\mathbf{S}}(\zeta)$  összenyomási operátor a vákuumállapotot a  $|\zeta, 0\rangle$  összenyomott vákuumállapotba viszi át, ezt az állapotot a  $\hat{\mathbf{D}}(\alpha)$  koherens eltolási operátor pedig az  $|\zeta, \alpha\rangle$  összenyomott koherens állapotba transzformálja [21, 26]:

$$|\zeta, \alpha\rangle = \hat{\mathbf{D}}(\alpha)|\zeta, 0\rangle = \hat{\mathbf{D}}(\alpha)\hat{\mathbf{S}}(\zeta)|0\rangle. \quad (1.26)$$

Az összenyomott vákuum- és az összenyomott koherens állapotok kifejezhetők fotonszám-állapotok szerint [21, 25, 27–29]:

$$|\zeta, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh(r)}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{(2n)!}}{n!} \left(-\frac{1}{2}e^{i\theta} \tanh(r)\right)^n |2n\rangle, \quad (1.27)$$

$$|\zeta, \alpha\rangle = \frac{e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2 - \frac{1}{2}(\alpha^*)^2 e^{i\theta} \tanh(r)}}{\sqrt{\cosh(r)}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}e^{i\theta} \tanh(r)\right)^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{n!}} H_n\left(\beta[e^{i\theta} \sinh(2r)]^{-\frac{1}{2}}\right) |n\rangle, \quad (1.28)$$

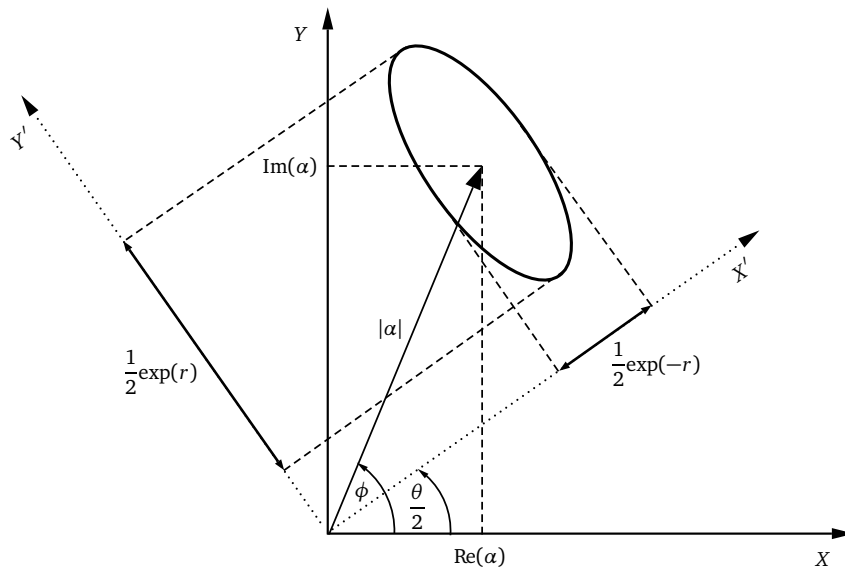
ahol  $H_n$  az  $n$ -ed rendű Hermite-polinom. Az összenyomott fényállapotok kvadratúráinak középértékét és szórásait a következőképpen írhatjuk fel [30]:

$$\langle \hat{\mathbf{X}} \rangle_{\zeta, \alpha} = \text{Re}(\alpha), \quad \langle \hat{\mathbf{Y}} \rangle_{\zeta, \alpha} = \text{Im}(\alpha), \quad (1.29)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{X}}_{\zeta, \alpha} = \frac{1}{2} \left[ e^{2r} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + e^{-2r} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (1.30)$$

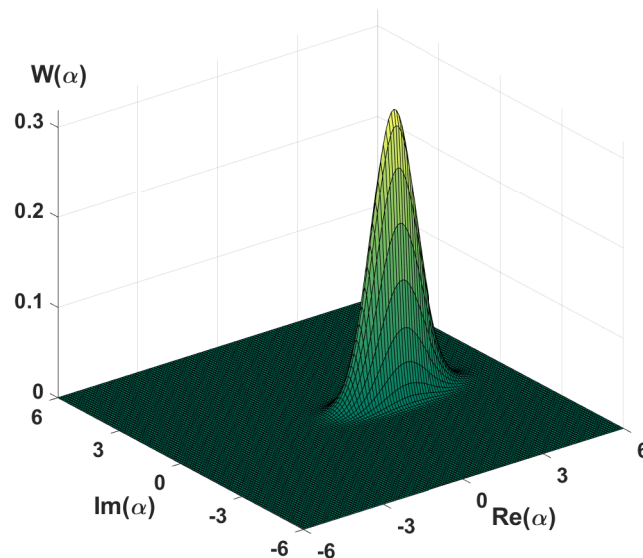
$$\Delta \hat{\mathbf{Y}}_{\zeta, \alpha} = \frac{1}{2} \left[ e^{-2r} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + e^{2r} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.31)$$

Az összenyomott állapotokat a fázistérben egy ellipszissel ábrázoljuk, amelyet az 1.2. ábrán láthatunk.



1.2. ábra. Összenyomott koherens állapot bizonytalansági képe a fázistérben.

Innen ered az „összenyomott állapot” elnevezés: a vákuumállapot, vagy a koherens állapot szimmetrikus, kör alakú bizonytalansági képét egy ellipszissé „nyomtuk össze”. Az ellipszis nagytengelye  $\frac{1}{2}\exp(r)$ , kistengelye pedig  $\frac{1}{2}\exp(-r)$  lesz. Az 1.3. ábrán egy összenyomott koherens állapot Wigner-függvényét láthatjuk a fázistérben.



1.3. ábra. Az  $|-0.5, 2\rangle$  összenyomott koherens állapot Wigner-függvénye a fázistérben.

Az összenyomott fényállapotok generálására használt kísérleti eljárások valójában több, frekvenciában különböző sugárzási termódus kölcsönhatására épülnek. A legtöbb esetben az egymódusú összenyomott sugárzási tér két kimenő módus összegeként vagy különbségeként áll elő, ezért célszerű az összenyomott fényállapotok kétmódusú általánosítása. Az összenyomási operátor kétmódusú általánosítását az alábbi módon írhatjuk fel [28]:

$$\hat{\mathbf{S}}^{(2)}(\zeta) = \exp(\zeta^* \hat{\mathbf{a}} \hat{\mathbf{b}} - \zeta \hat{\mathbf{a}}^\dagger \hat{\mathbf{b}}^\dagger), \quad (1.32)$$

amely vákuumállapotból egy kétmódusú tiszta állapotot generál:

$$|\zeta, 0_a, 0_b\rangle = \hat{\mathbf{S}}^{(2)}(\zeta)|0_a, 0_b\rangle = \frac{1}{\cosh(r)} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-e^{i\theta} \tanh(r))^n |n_a, n_b\rangle. \quad (1.33)$$

Az egyes módusok azonban nem tiszta, hanem kevert állapotban vannak, amelynek sűrűségoperátora

$$\hat{\rho}_i = \frac{1}{\cosh^2(r)} \sum_{n=0}^{\infty} (e^{i\theta} \tanh(r))^{2n} |n\rangle \langle n| \quad (\text{ahol } i = a, b), \quad (1.34)$$

amely egy termikus állapotnak felel meg.

Az összenyomott vákuumállapotot legegyszerűbben degenerált parametrikus oszcillátorral állíthatjuk elő [31–35], a kétmódusú összenyomott vákuumállapot a nemdegenerált parametrikus oszcillátor kimenetén áll elő [35–37].

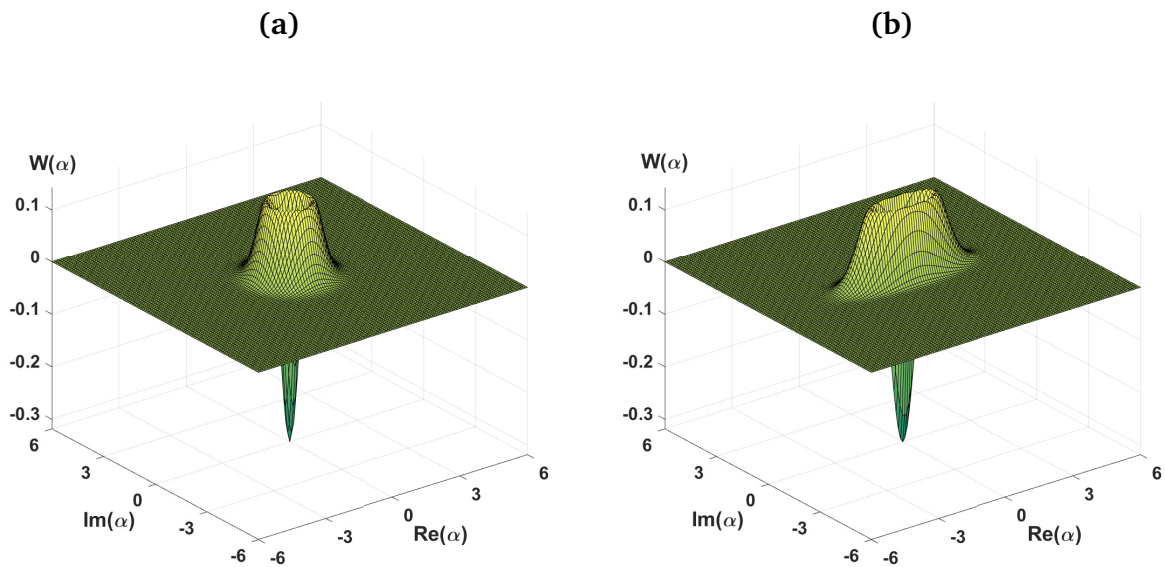
Az összenyomott fényállapotok gyakorlati felhasználására nagyon sok javaslatot tettek az irodalomban, ezek közül az optikai kommunikációban való felhasználást és a gravitációs hullámok detektálásában történő alkalmazást emeljük ki [26, 38, 39].

### 1.2.3. Összenyomott fotonszámállapotok

A fotonszámállapotok fontos szerepet játszanak az alacsony fotonszámú rendszerekben történő nagy pontosságú fázismérésben [40–42]. A fotonszámállapotok általánosított esetei az ún. összenyomott fotonszám- és az eltolt összenyomott fotonszámállapotok, melyeket a következő módon származtatunk:

$$|n, r, \theta, \alpha\rangle_{\text{DSn}} = \hat{\mathbf{D}}(\alpha)\hat{\mathbf{S}}(\zeta)|n\rangle, \quad (1.35)$$

ahol  $\hat{\mathbf{D}}(\alpha)$  a koherens eltolási operátor,  $\hat{\mathbf{S}}(\zeta)$  az összenyomási operátor. A  $\zeta = 0$  esetben az  $|n, \alpha\rangle_{\text{Dn}}$  eltolt fotonszámállapotot,  $\alpha = 0$  esetben az  $|n, r, \theta\rangle_{\text{Sn}}$  összenyomott fotonszámállapotokat, az  $\alpha = 0$  és  $\zeta = 0$  esetben pedig a fotonszámállapotokat kapjuk eredményül. Az eltolt összenyomott fotonszámállapotok fotonszámсорát egy összetett kifejezéssel kaphatjuk meg [43], amelyet itt nem mutatunk be. Az állapotok tulajdonságát több cikkben vizsgálták [43–48]. Egy fotonszám- és egy összenyomott fotonszámállapot Wigner-függvényét a fázistérben az 1.4. ábra mutatja.



**1.4. ábra.** Az  $|1\rangle$  fotonszámállapot (a) és az  $|1, 0.5, \pi\rangle_{\text{S1}}$  összenyomott fotonszámállapot Wigner-függvénye a fázistérben (b).

### 1.2.4. Binomiális és negatív binomiális állapotok

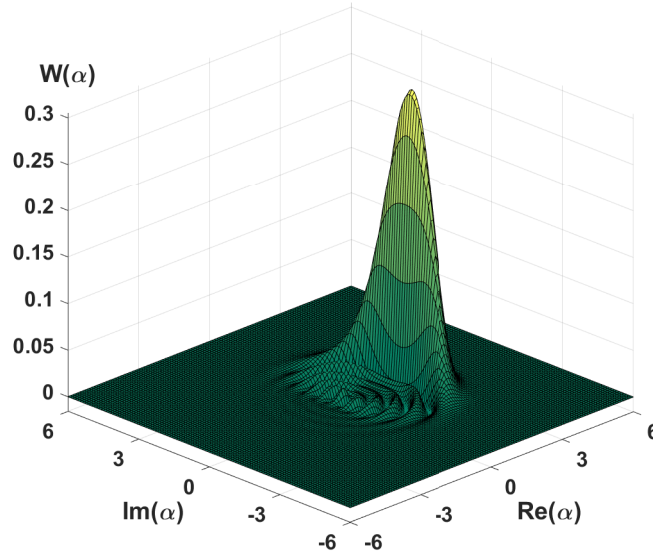
A binomiális állapotokat a következő definícióval írhatjuk le [49–52]:

$$|p, M\rangle_B = \sum_{n=0}^M \left[ \binom{M}{n} p^n (1-p)^{M-n} \right]^{\frac{1}{2}} |n\rangle, \quad (1.36)$$

ahol  $0 \leq p \leq 1$ ,  $M$  pedig egy tetszőleges egész szám ( $M \geq n$ ). A binomiális állapotok bizonyos paramétertartományokon összenyomott tulajdonságúak és fotonstatisztikája szub-Poisson. Ha  $M$  véges értékű és  $p = 0$ , akkor a binomiális állapot egy vákuumállapot,  $p = 1$  paraméternél pedig  $n = M$  számú fotonszámállapotra redukálódik. A binomiális állapot egy  $\alpha = \sqrt{pM}$  amplitúdójú koherens állapot, ha  $p \rightarrow 0$  és  $M \rightarrow \infty$ . A binomiális állapotok speciális esetei az ún. általánosított Bernoulli-állapotok ( $M = 1$ ):

$$|p, M = 1\rangle_B = \sqrt{1-p}|0\rangle + \sqrt{p}|1\rangle, \quad (1.37)$$

amely a vákuum-, valamint az egyfotonállapot tetszőleges szuperpozíciója. Az 1.5. ábrán egy binomiális állapot Wigner-függvénye látható a fázistérben.



1.5. ábra. A  $|0.7, 10\rangle_B$  binomiális állapot Wigner-függvénye a fázistérben.

Binomiális állapotok felhasználhatók a kvantált elektromágneses sugárzási tér kvantum-állapotainak kanonikus fázismérésére kidolgozott rendszerekben [53, 54], az optikai kommunikációban a nem-Gauss típusú kvantumcsatornák optimális bemenő állapotaként [55],

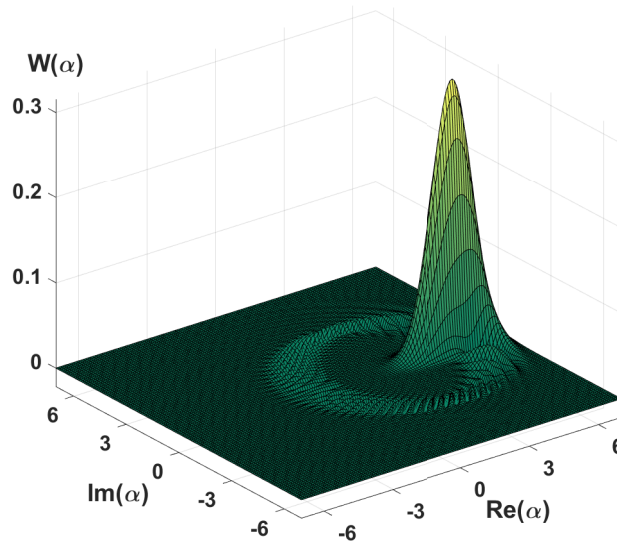
valamint a CNOT-kapuk megvalósításában [52]. A Bernoulli-állapotok az ún. kvantum Bernoulli-problémák kísérleti megvalósításában [56–58], valamint a Bell-egyenlőtlenségek sérülésének kísérleti tesztjeiben használhatók fel [59]. A negatív binomiális állapotok olyan fényállapotok, amelyek szuper Poisson-eloszlásúak, és kapcsolatot teremtenek a koherens és a Susskind-Glogower fázisállapotok között [60]:

$$|\eta, M, \varphi\rangle_{\text{NB}} = (1 - \eta^2)^{\frac{M}{2}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \binom{M+n-1}{n} \right]^{\frac{1}{2}} (\eta e^{i\varphi})^n |n\rangle, \quad (1.38)$$

ahol az  $\eta$  valószínűségek kielégítik a  $0 < \eta^2 < 1$  feltételt. A negatív binomiális állapotból vákuumállapot lesz az  $\eta \rightarrow 0$  esetben,  $\eta \rightarrow 0$ ,  $M \rightarrow \infty$  esetben  $\alpha = \eta\sqrt{M}$  amplitúdójú koherens állapotra redukálódik. Az  $M = 1$  esetben a negatív binomiális állapotot

$$|\eta, M = 1, \varphi\rangle_{\text{NB}} = \sqrt{1 - \eta^2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\eta e^{i\varphi})^n |n\rangle \quad (1.39)$$

alakban írhatjuk fel, amelyet geometrikus állapotnak nevezünk. A geometrikus állapotok az ún. Susskind-Glogower fázisoperátor sajátállapotainak felelnek meg [61]. Egy negatív binomiális állapot Wigner-függvényét a fázistérben az 1.6. ábra mutatja.



**1.6. ábra.** A  $|0.85, 10, 0\rangle_{\text{NB}}$  negatív binomiális állapot Wigner-függvénye a fázistérben.

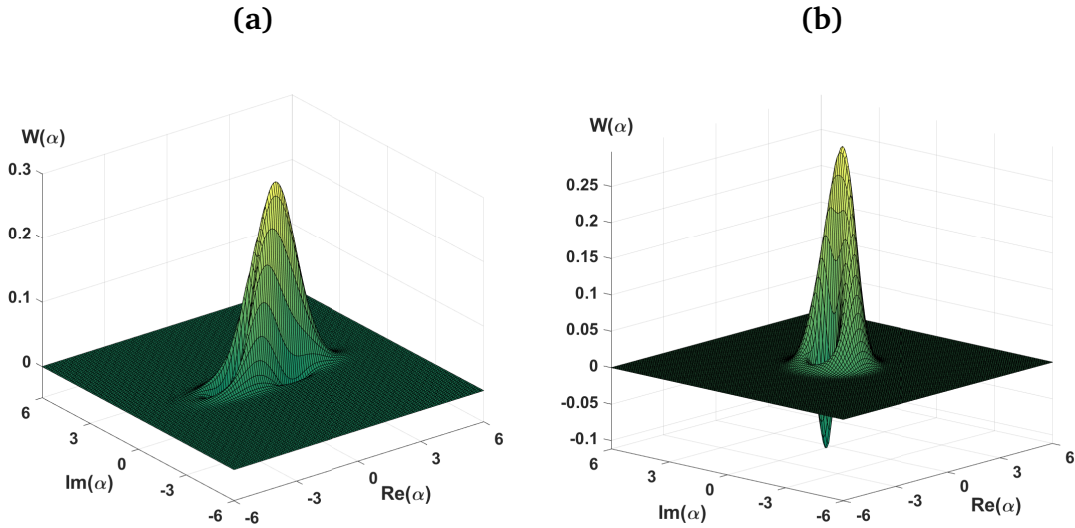
### 1.2.5. Speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók

A véges fotonszámállapot-szuperpozíciók fontos szerepet játszanak az univerzális folytonos változójú kvantumszámítást megvalósító optikai elrendezésekben [62–72]. A fotonszámállapotok szuperpozíciójának egyik nevezetes fajtája az ún. forrásállapotok, amelyeknek definíciója a következő [69]:

$$|\psi(\zeta, \chi)\rangle_{\text{RS}} = \hat{S}(\zeta) \left( |0\rangle + \chi \frac{3}{2\sqrt{2}} |1\rangle + \chi \frac{\sqrt{3}}{2} |3\rangle \right), \quad (1.40)$$

ahol  $\chi$  egy harmadrendű nemlineáris szuszceptibilitás. A forrásállapotok a harmadrendű nemlineáris kvantumkapuk megvalósításához szükségesek.

További nevezetes fotonszámállapot-szuperpozíciók például a vákuum- és az egyfoton-állapotok szuperpozíciója, melyeket az 1.2.4. fejezetben tárgyaltuk részletesen. A vákuum-, az  $|1\rangle$  és a  $|2\rangle$  fotonszámállapotok szuperpozíciója felhasználható a nemlineáris előjeltoló kapuk megvalósításához, ezek a kapuk az ún. nemdeterminisztikus CNOT-kapuk alapelemei [73]. Az 1.7. ábrán egy forrásállapot és a  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  fotonszámállapot-szuperpozíció Wigner-függvénye látható a fázistérben.



**1.7. ábra.** A  $|\Psi(-0.6, 0.25)\rangle_{\text{RS}}$  forrásállapot **(a)** és a  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  fotonszámállapot-szuperpozíció Wigner-függvénye a fázistérben **(b)**.



## 1.2.6. Schrödinger-macska állapotok

A kvantummechanika egyik legfontosabb alapelve a lineáris szuperpozíció [74], melynek következménye az ún. kvantuminterferencia, amely a szuperponált állapotot felépítő egyes állapotok, mint valószínűségi amplitúdók között lép fel, ha fizikailag mérhető mennyiséget származtatunk. A különböző állapotok közötti operátor-középtételek az interferencia-tagok. Különösen érdekesek azok a kvantumszuperpozíciók, melyek makroszkopikusan megkülönböztethető, kváziklasszikus állapotok között jönnek létre. Ilyen állapot fordul elő Schrödinger híres macskaparadoxonában [75], innen ered a Schrödinger-macska állapot elnevezés. A Schrödinger-macska állapotok két koherens állapotnak a komplex  $\alpha$ -sík valós egyenese mentén vett szuperpozíciójaként definiálhatók [76–78]:

$$|\alpha\rangle_{\text{SM}}^{(\pm)} = \frac{1}{\sqrt{2(1 \pm e^{-2\alpha^2})}}(|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle). \quad (1.41)$$

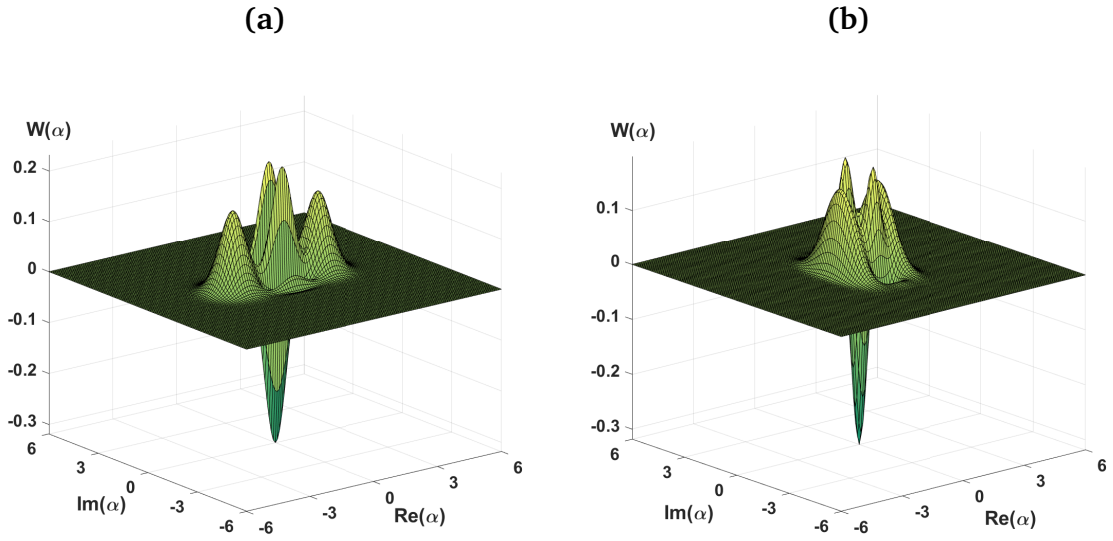
Az  $|\alpha\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$  a páros,  $|\alpha\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$  pedig a páratlan Schrödinger-macska állapotot jelöli. A Schrödinger-macska állapotok kvadratúráinak szórásait a következőképpen írhatjuk fel:

$$\Delta\hat{X}_{\alpha,\pm} = \Delta\hat{Y}_{\alpha,\pm} = \left[ \frac{1}{4} \mp \frac{\alpha^2 e^{-2\alpha^2}}{1 \pm e^{-2\alpha^2}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.42)$$

Az  $\hat{S}(\zeta)$  összenyomási operátor a Schrödinger-macska állapotot az  $|\alpha, r, \theta\rangle_{\text{SM}}^{(\pm)}$  összenyomott Schrödinger-macska állapotba viszi át [79, 80]:

$$|\alpha, r, \theta\rangle_{\text{SM}}^{(\pm)} = \hat{S}(\zeta)|\alpha\rangle_{\text{SM}}^{(\pm)}. \quad (1.43)$$

Az 1.8. ábra egy páros Schrödinger-macska és egy páratlan összenyomott Schrödinger-macska állapot Wigner-függvényét mutatja a fázistérben.



**1.8. ábra.** Az  $|\alpha = 2\rangle_{SM}^{(+)}$  páros Schrödinger-macska állapot **(a)** és az  $|1.5, 0.5, 0\rangle_{SM}^{(-)}$  páratlan összenyomott Schrödinger-macska állapot Wigner-függvénye a fázistérben **(b)**.

A Schrödinger-macska állapotok fontos szerepet játszanak az ún. lineáris optikai kvantum-számításokban [81, 82], valamint a nagy pontosságú fázismérésben alacsony fotonszámú rendszerekben [40–42].

### 1.2.7. Amplitúdó-összenyomott állapotok

Az amplitúdó-összenyomott állapotok általánosan olyan fényállapotok, ahol a fotonszám szórásnégyzete kisebb, mint koherens állapotban. Az amplitúdó-összenyomott állapotok speciális esetei az ún. Pegg-Barnett fotonszám-fázis határozatlansági összefüggés intelligens állapotai, melyek egy körön vett koherens állapotok Gauss-szuperpozíciójaként definiálhatók [83, 84]:

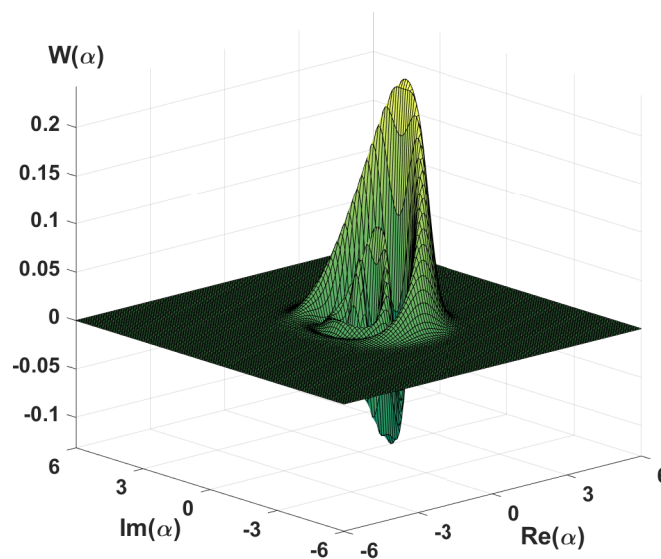
$$|\alpha_0, u, \delta\rangle_{AS} = c \int \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\phi^2 - i\delta\phi\right) |\alpha_0 e^{i\phi}\rangle d\phi, \quad (1.44)$$

ahol  $\alpha_0$  a koherens amplitúdó,  $c$  a normálási együttható, az  $u$  paraméter határozza meg az eloszlás szélességét, a  $\delta$  egy modulációs konstans, amely illesztett esetben  $\delta^2 = \alpha_0$ . Az amplitúdó-összenyomott állapotok kifejezhetők fotonszámállapot-reprezentációban:

$$|\alpha_0, u, \delta\rangle_{AS} = c' \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_0^n}{\sqrt{n!}} \exp\left[-\frac{(\delta - n)^2}{2u^2}\right] |n\rangle. \quad (1.45)$$

Az amplitúdó-összenyomott állapot az  $u \rightarrow \infty$  esetben  $\alpha_0$  amplitúdójú koherens állapottá,  $u \ll 1$  esetben pedig  $n = \delta$  számú fotonállapottá redukálódik.

Az (1.44) képletben definiált amplitúdó-összenyomott állapotok bizonyos paraméter-tartományokon a fotonszám-operátor–fotoneltüntető operátor határozatlansági összefüggés intelligens állapotai is [85, 86]. Az 1.9. ábra egy amplitúdó-összenyomott állapot Wigner-függvényét mutatja a fázistérben.



**1.9. ábra.** A  $|2, 0.5, 4\rangle_{AS}$  amplitúdó-összenyomott állapot Wigner-függvénye a fázistérben.

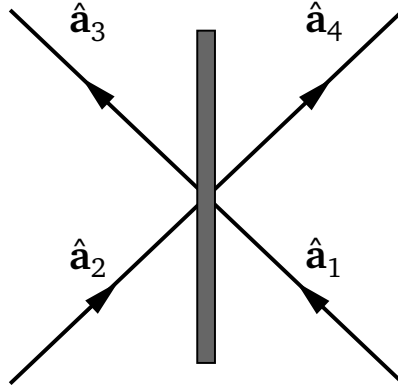
Az amplitúdó-összenyomott állapotok különböző határozatlansági relációk kísérleti tesztelésére használhatók fel [87, 88].

Ebben a fejezetben a fény nevezetes nemklasszikus állapotait, azok legfontosabb tulajdonságait és felhasználóságukat mutattuk be. A bemutatott nemklasszikus állapotokon kívül további nemklasszikus állapotokat is vizsgáltak az irodalomban [89–96], amelyeket itt nem részletezünk.

### 1.3. A kvantumoptika elemei

#### Nyalábosztó

Az optikai kísérletek számos típusában nélkülözhetetlen eszköz a nyalábosztó, amelynek sematikus vázlatát az 1.10. ábrán láthatjuk.



1.10. ábra. A veszteségmentes nyalábosztó sematikus vázlata.

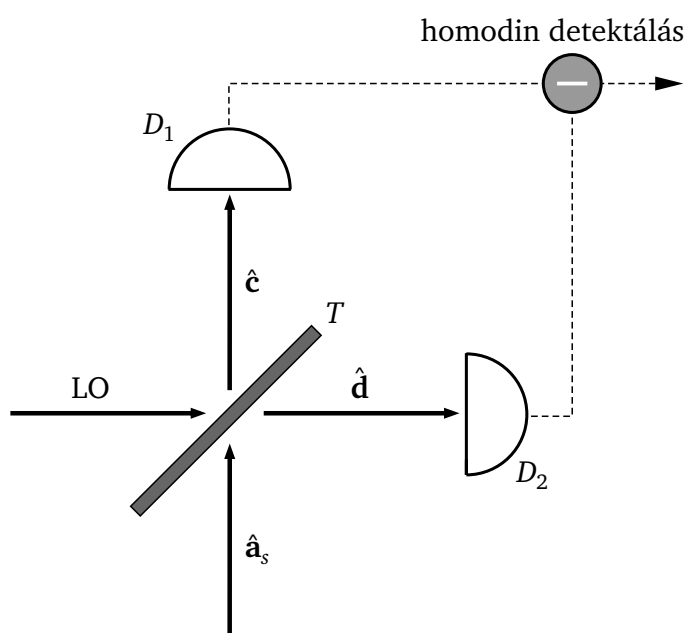
Egy nyalábosztó két bemenő és két kimenő fénymódussal rendelkezik. A fénymódusok fotoneltüntető operátorainak kommutációs relációja miatt a nyalábosztónak a hatását egy SU(2) csoportbeli unitér mátrix írja le [97–99]:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_3 \\ \hat{\mathbf{a}}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{T} \cdot e^{i\phi_T} & \sqrt{R} \cdot e^{i\phi_R} \\ -\sqrt{R} \cdot e^{-i\phi_R} & \sqrt{T} \cdot e^{-i\phi_T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1 \\ \hat{\mathbf{a}}_2 \end{pmatrix}, \quad (1.46)$$

ahol  $T$  a nyalábosztó transzmittanciája,  $R$  pedig a reflektanciája, amelyek kielégítik a nyalábosztóra vonatkozó  $T + R = 1$  feltételt. Kísérletileg minden SU(2) transzformáció megvalósítható nyalábosztóval, és egy nyalábosztó esetén a  $\phi_T, \phi_R$  fázisparamétereket a nyalábosztó elé és után tett fázistolókkal állíthatjuk be. Szimmetrikus nyalábosztó esetén a transzmittancia és a reflektancia megegyezik,  $T = R = \frac{1}{2}$ . A fázistolós nyalábosztók esetén a  $\phi_T = 0$  és  $\phi_R = \frac{\pi}{2}$ , a fázistolásmentes nyalábosztók esetén a  $\phi_T = \phi_R = 0$  fázisszögek érvényesek. A továbbiakban a fázistolós nyalábosztóval fogunk foglalkozni.

## Homodin detektálás

A homodin detektálás a kvantummechanikai mérések egyik fajtája, amely a kvadratúrák mérésére kidolgozott eljárás [100–105]. Ez az eljárás detektálandó koherens jelek keveréséből áll, és az azonos frekvenciájú térerősségek intenzitásainak, azaz a fotodetektorok által generált fotoáramainak a különbségét méri. Ha a térerősségek frekvenciái nem azonosak, akkor heterodin detektálásról beszélünk [106–108]. A koherens jelet lokális oszcillátornak nevezzük, amely egy erős lézernyaláb. A homodin mérés sematikus vázlatát az 1.11. ábra mutatja.



**1.11. ábra.** Az ideális homodin mérés sematikus vázlata. Az  $\hat{a}_s$  operátor a mérendő fénymódus operátorát, az LO a lokális oszcillátort,  $\hat{c}$ ,  $\hat{d}$  a két kimenő jel operátorát, a  $D_1$ ,  $D_2$  pedig a nagy hatásfokú fotodetektorokat jelöli.

Az  $\hat{a}_s$  módus a mérendő jelforrást, az LO pedig a lokális oszcillátort jelöli az adott módusban. Az elrendezés egy  $T$  áteresztőképességű nyalábosztót és két nagy hatásfokú fotodetektort tartalmaz. A homodin detektálás „kiegyensúlyozott”, ha a nyalábosztó áteresztőképessége  $T = \frac{1}{2}$ . Ebben az esetben a nyalábosztó transzformáció után a kimenő fénymódusokat

$$\begin{aligned}\hat{c} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_s + |\alpha_{LO}| e^{i\theta}), \\ \hat{d} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_s - |\alpha_{LO}| e^{i\theta})\end{aligned}\tag{1.47}$$

alakban írhatjuk fel. A fotodetektorok által keltett fotoáramok arányosak a fotonok számával a detektált terekben, különbségüket pedig a következőképpen írhatjuk fel:

$$i_{\text{diff}} \propto \hat{\mathbf{n}}_{\text{diff}} = \hat{\mathbf{c}}^\dagger \hat{\mathbf{c}} - \hat{\mathbf{d}}^\dagger \hat{\mathbf{d}} = |\alpha_{\text{LO}}| (\hat{\mathbf{a}}_s e^{-i\theta} + \hat{\mathbf{a}}_s^\dagger e^{i\theta}) \propto \hat{\mathbf{X}}_\theta, \quad (1.48)$$

ahol  $\theta$  a lokális oszcillátor fázisszöge,  $\hat{\mathbf{X}}_\theta$  pedig az  $\hat{\mathbf{X}}$  kvadratúraoperátor  $\theta$  fázisszöggel elforgatott esete. Ezzel elmondhatjuk, hogy a homodin mérésel meghatározott intenzitások különbsége arányos a bemenő fény módus  $\hat{\mathbf{X}}_\theta$  kvadratúrájával. A lokális oszcillátor fázisának a változtatásával a térerősség egy tetszőleges kvadratúrája mérhető közvetlenül. Az  $\hat{\mathbf{X}}_\theta$  kvadratúraoperátor sajátállapotát a következő módon kapjuk a vákuumállapotból [109]:

$$|X_\theta\rangle = \pi^{-\frac{1}{4}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}X_\theta^2 - \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{a}}^\dagger e^{i\theta})^2 + \sqrt{2}X_\theta \hat{\mathbf{a}}^\dagger e^{i\theta}\right] |0\rangle. \quad (1.49)$$

A koherens állapot kvadratúra-reprezentációját

$$\langle X_\theta | \alpha \rangle = \pi^{-\frac{1}{4}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}X_\theta^2 + \sqrt{2}\alpha X_\theta e^{-i\theta} - \frac{1}{2}\alpha^2 e^{-2i\theta}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha|^2\right) \quad (1.50)$$

alakban írhatjuk fel, a fotonszámállapot kvadratúra-reprezentációját pedig az alábbi módon fejezhetjük ki:

$$\langle X_\theta | n \rangle = \pi^{-\frac{1}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^n \cdot n!}} e^{-\frac{x_\theta^2}{2}} H_n(X_\theta) e^{-in\theta}. \quad (1.51)$$

A homodin mérésre vonatkozó (1.49)–(1.51) összefüggések fontos szerepet fognak játszani a további számolások során.

## Fotonszámfeloldó detektor

A fotonszámfeloldó detektorok olyan optikai eszközök, amelyek segítségével meghatározhatjuk a detektált fotonok számát az adott optikai impulzusban. Ezek a fotonszámfeloldó detektorok napjainkban is intenzív fejlesztés alatt állnak [110]. A legismertebbek közé tartoznak azok a fotonszámfeloldó detektorok, amelyek átmeneti szenzorokat (Transition Edge Sensor, TES) [111, 112], illetve szupravezető nanovezetékeket tartalmaznak [113] és ezeket számos sikeres kísérletben alkalmazták őket [68, 114–118]. Egy ideális fotodetektor a következő mérési projektorral modellezhető [119–121]:

$$\hat{\Pi}_n = |n\rangle\langle n|, \quad (1.52)$$

ahol  $n$  a mérési eredmény, amely a fotonok számának felel meg a mérendő fényállapotban.

Az ebben a fejezetben részletesen tárgyalt kvantumoptikai elemek fontos szerepet fognak játszani a nemklasszikus állapotok haladóhullámú módszerrel történő előállításában, amelyet a következőkben tárgyalunk.

## 2. fejezet

### Irodalmi áttekintés

A fény speciális kvantumállapotainak előállítása és alkalmazása az elmúlt harminc évben és napjainkban is a kvantumoptika egyik fontos témája [122–124]. A nemklasszikus állapotok előállításának kutatásában két fő irány különböztethető meg. Az egyik az optikai rezonátorokban és üregekben történő előállítás, a másik pedig az állapotok haladóhullámú előállítása. A kidolgozott eljárások jelentős részét egy-egy speciális kvantumállapot előállítására dolgozták ki.

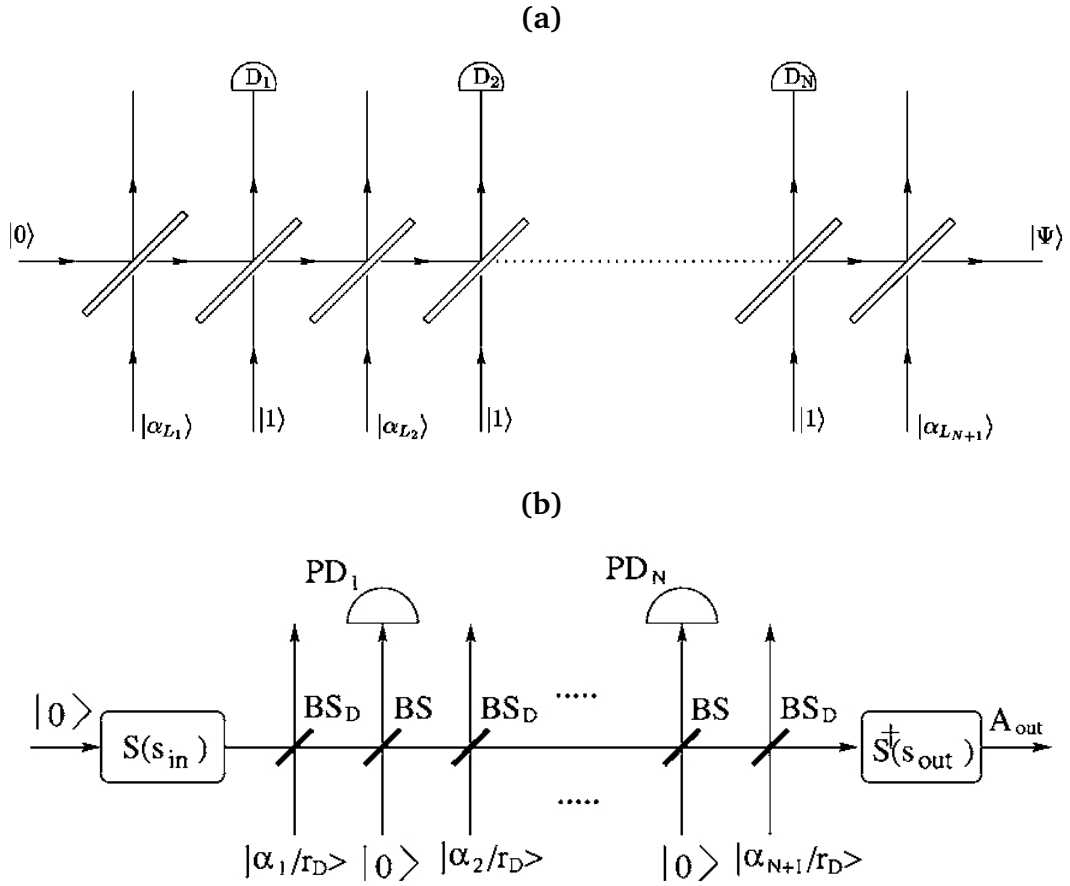
Optikai rezonátorokban és üregben csapdázott, illetve áthaladó atomok kölcsönhatását felhasználva módszereket dolgoztak ki összenyomott állapotok [31, 32, 35, 125–132], foton-számállapotok [133–143], binomiális állapotok [51, 52, 59], tetszőleges foton-számállapot-superpozíciók [136, 137, 144, 145], valamint Schrödinger-macska állapotok kísérleti előállítására [146–150].

A nemklasszikus állapotok haladóhullámú előállításának két fajtáját különböztethetjük meg. Az egyik valamely nemlineáris optikai folyamaton alapuló közvetlen előállítás, ahol a rendszer esetenként visszacsatolást is tartalmazhat. A másik módszer a feltételes módon történő állapot-előállítás, amelynek lényege, hogy egy kétmódusú állapot egyik módusán történő mérés meghatározott eredménye esetén a másik módus a kívánt állapotba kerül. Az első módszerre egy példa az összenyomott állapotok spontán parametrikus lekonverzió alapuló előállítása. Ha a lekonverzió rezonátorban történik, akkor parametrikus oszcillátorról beszélünk. Egymódusú összenyomott állapotok degenerált [31–34], kétmódusú összenyomott állapotok nemdegenerált parametrikus oszcillátorral állíthatók elő [36, 37]. Nem-



degenerált parametrikus oszcillátor segítségével fotonszámállapotok is előállíthatók [151]. A kétmódusú összenyomott állapot egyik módusán történő fotondetektálás a másik módusban fotonszámállapotot eredményez. Erre a folyamatra épül a periodikus egyfotonforrások egyik hatékony előállítási módja [152, 153]. Az összenyomott állapotok előállíthatók optikai üvegszálakban is, ahol az összenyomás az ún. négyhullám-keverésen és a nemlineáris optikai Kerr-effektuson alapul [126, 154]. Az amplitúdó-összenyomott állapotok előállíthatók például roncsolásmentes kvantumméréssel és negatív visszacsatolás alkalmazásával félvezető, illetve zajcsökkentett lézerekkel [155–158]. A haladóhullámú feltételes elrendezések nagy részét kifejezetten Schrödinger-macska állapotok előállítására fejlesztették ki [80, 114, 116, 159–167].

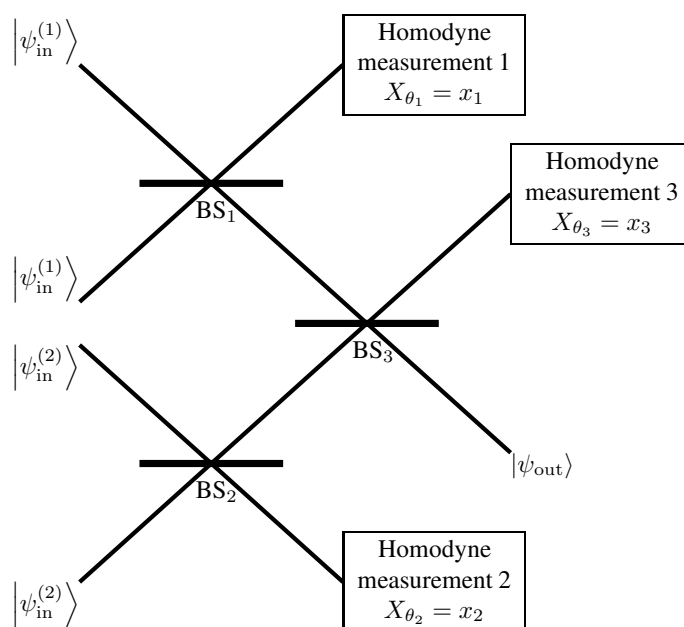
Fontos eredményekre vezettek a kvantumállapot-tervezéssel foglalkozó kutatások (quantum state engineering) [123], melynek célja, hogy egyetlen kísérleti elrendezésben lehessen több, tetszőleges nemklasszikus állapotot előállítani [117, 168–175]. Haladóhullámú rendszerekben olyan lineáris optikai elemekből, nyalábosztókból és detektorokból álló elrendezéseket javasoltak, amelyekben a fotonhozzáadás és -kivonás, valamint az állapoteltolás műveletét ismétlődő módon alkalmazva a bemenő állapotra a fotonszámállapotok tetszőleges, véges szuperpozíciói állíthatók elő [169–171, 176]. Ezeknek az elrendezéseknek a sematikus vázlatát a 2.1a. és a 2.1b. ábra mutatja.



**2.1. ábra.** Kísérleti elrendezések tetszőleges nemklasszikus állapot haladóhullámú feltételes előállítására a fotonhozzadás **(a)** és a fotonkivonás **(b)**, valamint az állapoteltolás műveletének ismételt alkalmazásával [170, 171].

A két rendszer esetében az állapoteltolás műveletét egy korábban kidolgozott eljárás alapján alkalmazták magas áteresztőképességű nyalábosztóval, illetve egy nagy amplitúdójú bemenő koherens jellel [177]. A bemutatott rendszereknél a magasabb számú fotonszám-állapotoknak és szuperpozícióiknak az előállításához növelni kell a rendszerekben található optikai elemek, azaz a nyalábosztók és a detektorok számát. Az optikai elemek és mérések számának növekedésével csökken az előállítás valószínűsége. Ennek oka, hogy az egyes mérésekhez tartozó egynél kisebb előállítási valószínűségek függetlenek egymástól, így az eredő valószínűség ezek szorzata. Megjegyezzük, hogy ezeknél a rendszereknél az eddig vizsgált állapotoknál a magasabb fotonszám-szuperpozíciók esetében az előállítás hűsége is csökken [170, 171].

A problémák a kiküszöbölésére egy olyan lehetséges megoldást javasoltak, amely a diszkrét koherens-szuperpozícióon alapul. Ennek megvalósításához olyan optikai elrendezést javasoltak, amely kevés számú optikai elemet, valamint homodin méréseket tartalmaz, amellyel egyenesen és rácson vett diszkrét koherens-szuperpozíció állítható elő a fázistérben [178]. Ez az elrendezés egy korábban kidolgozott eljárásan alapul, amellyel Schrödinger-macska állapotok állíthatók elő feltételesen [166]. Az optikai rendszer bemenő állapotai kis szeparációjú koherens állapotok szuperpozíciói. A bemenő állapot kereszt-Kerr effektusra épülő előállításához egy, az egyik ágában Kerr-közeget tartalmazó Mach-Zehnder interferométer használható [160]. Ennek a rendszernek a sematikus vázlatát a 2.2. ábrán láthatjuk.



**2.2. ábra.** Kísérleti elrendezés koherens állapotok egyenesen, illetve rácson vett diszkrét szuperpozíciójának előállítására.

Az előállított diszkrét koherens-szuperpozíciók segítségével a fény különböző nemklasszikus állapotai közelíthetők, mint például az amplitúdó-összenyomott, binomiális, összenyomott Schrödinger-macska állapotok, és tetszőleges fotonszámállapotok szuperpozíciói.

Ebben a fejezetben a nemklasszikus állapotok előállításának alapvető módszereit foglaltam össze; a gyakorlati felhasználás szempontjából kiemelt szerepet játszanak a haladóhullámú feltételes módon történő kvantumállapot-tervezések. A következő fejezetben a dolgozatban dokumentált kutatómunka célkitűzéséről lesz szó.

## 3. fejezet

# Célkitűzés

Az előző fejezetben ismertettem a fény nemklasszikus állapotainak feltételes haladóhullámú előállításával kapcsolatos fontosabb eredményeket az irodalomban. A nemklasszikus állapotok feltételes előállítására alkalmas optikai rendszerek többsége nyalábosztókból, mérésekből, speciális esetekben pedig több bemenő állapotból állnak, amelyekkel egy adott, vagy kevés számú nemklasszikus fényállapot előállítására alkalmasak. Ahogy ezt az előző fejezetben elmondtuk, a többféle nemklasszikus állapot előállítására alkalmas berendezésekben az optikai elemek száma általában arányos a célállapot fotonszám kifejtésében szereplő fotonszámállapotok számával [170, 171]. Ezekben a rendszerekben a fotonszám növelésével csökken az előállítás valószínűsége és többnyire az előállítás hűsége is. Az előállítás hűsége és a magas előállítási valószínűség is fontos a gyakorlati alkalmazásra nézve.

Kutatásom célja ezért olyan haladóhullámú kísérleti elrendezés kidolgozása, amellyel a fény sok nemklasszikus állapota állítható elő feltételesen nagy pontossággal és magas előállítási valószínűséggel. Céлом, hogy a javasolt optikai rendszer kevés optikai elemet, és kísérletileg létrehozható bemenő állapotokat tartalmazzon. A disszertációban numerikus eljárást dolgozok ki a javasolt optikai rendszer optimalizálására, és részletesen elemzem a nevezetes nemklasszikus állapotok, így például a binomiális, negatív binomiális állapotok, speciális fotonszám-szuperpozíciók, fotonszám-, összenyomott fotonszám-, amplitúdó-összenyomott és a Schrödinger-macska állapotok előállíthatóságát ebben az elrendezésben. Végül elemzem a rendszer érzékenységét a bemenő állapotok pontatlanságára, és azt, hogy nemideális detektorok használatánál hogyan módosulnak az eredmények.

## 4. fejezet

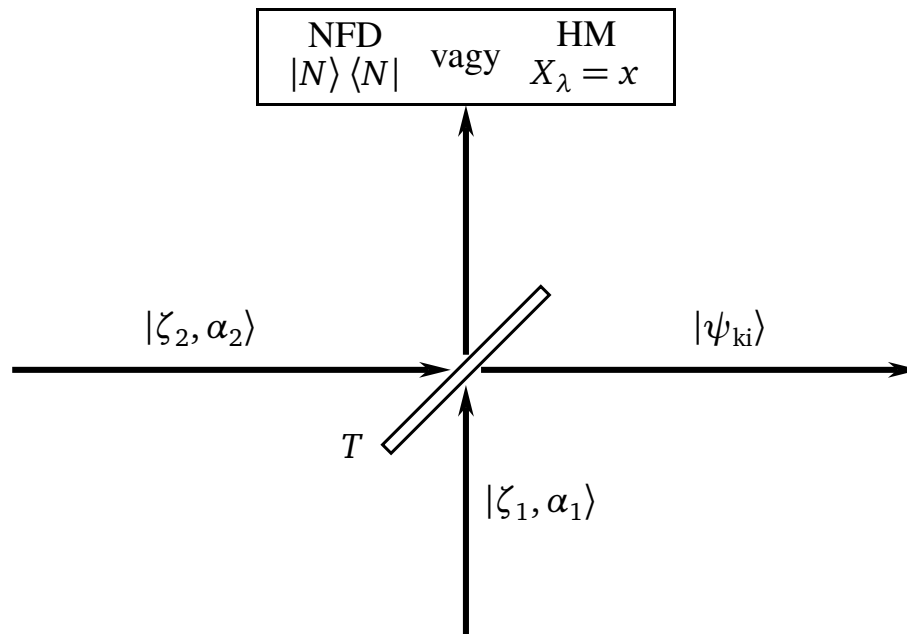
# A fény nemklasszikus állapotainak előállítása egy mérést tartalmazó optikai rendszerrel

Ebben a fejezetben a fény nemklasszikus állapotainak haladóhullámú előállítására vonatkozó eredményeimet ismertetem. A 4.1. alfejezetben bemutatom a javasolt kísérleti elrendezést és meghatározom a rendszer általános kimenő állapotát. A következő alfejezetben ismertetem az optimalizációs eljárást, amelynek segítségével tetszőleges célállapot esetén meghatározhatók a rendszernek azon paraméterei, amely mellett a kimenet nagy hűséggel a kívánt állapot. A további alfejezetekben az optimalizáció eredményeit ismertetem különböző nevezetes nemklasszikus állapotok előállítására. A nemklasszikus állapotok előállíthatóságára vonatkozó alfejezetek után a 4.9. alfejezetben egy másik optimalizációs eljárást ismertetek, amellyel egyidejűleg az előállítás pontossága és valószínűsége optimalizálható. Végül elemzem a rendszer érzékenységét a bemenő állapotok pontatlanságára, valamint azt, hogy nemideális detektorok használatánál hogyan módosulnak az eredmények.

### 4.1. Kísérleti elrendezés

A fény nemklasszikus állapotainak haladóhullámú előállítására javasolt kísérleti elrendezés vázlatát a 4.1. ábrán láthatjuk. Ez az elrendezés egy nyalábosztót és az egyik kimenő

módban egy mérést tartalmaz. A mérés lehet homodin mérés vagy egy-, illetve  $N$ -foton detektálása. A fotonok detektálása fotonszámfeloldó detektorokkal valósítható meg.



**4.1. ábra.** Kísérleti elrendezés a fény nemklasszikus állapotainak haladóhullámú előállítására. A bemenő  $|\zeta_j, \alpha_j\rangle$  összenyomott koherens állapotok egy  $T$  átteresztőképességű nyalábosztón interferálnak. A feltételes kimenő  $|\psi_{ki}\rangle$  állapot a nyalábosztó egyik kimenetén végzett mérés eredményeként áll elő. A két választható mérési eljárás a homodin mérés (HM) és az egy-, illetve  $N$ -foton detektálása (NFD).

A rendszer két bemenő módusáról feltételezzük, hogy függetlenül előállított, változtatható paraméterű  $|\zeta_j, \alpha_j\rangle$  (ahol  $j = 1, 2$ ) összenyomott koherens állapotban van. A 2. fejezetben tárgyaltak alapján ezek a fényállapotok kísérletileg előállíthatók. A bemenő állapotok a  $T$  átteresztőképességű nyalábosztón interferálnak. A feltételes kimenő  $|\psi_{ki}^{(j)}\rangle$  állapot a nyalábosztó egyik kimenetén végzett mérés eredményeként áll elő.

Ezen a ponton érdemes tisztázni, hogy homodin mérés esetén a kimenő állapot is ún. Gauss-állapot, azaz összenyomott koherens állapot lesz. A későbbiekben látni fogjuk, hogy több nevezetes nemklasszikus állapot jól közelíthető Gauss-állapottal, amely tulajdonságot több vizsgált állapotnál az irodalomban nem tisztáztak. A javasolt elrendezés jelentősége ebben az esetben az, hogy rögzített bemenő állapotok mellett a nyalábosztó átteresztőképess-

ségének és a mérés paraméterének változtatásával kaphatjuk meg az adott nemklasszikus állapotot közelítő kimenő állapotot, így sok különböző nemklasszikus állapot állítható elő a berendezéssel. A továbbiakban meghatározzuk a rendszer kimenő állapotát tetszőleges paraméterű bemenő állapotok esetén. Az (1.28) képlet alapján a rendszer kétmódusú bemenő állapota a következő lesz:

$$\begin{aligned}
|\psi_{\text{be}}^{(1)}\rangle \otimes |\psi_{\text{be}}^{(2)}\rangle &= \left( \prod_{j=1}^2 \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}|\alpha_j|^2 - \frac{1}{2}\alpha_j^{*2}e^{i\theta_j}\tanh(r_j)\right]}{\sqrt{\cosh(r_j)}} \right) \times \\
&\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left[\frac{1}{2}e^{i\theta_1}\tanh(r_1)\right]^{\frac{n}{2}}}{n!} \frac{\left[\frac{1}{2}e^{i\theta_2}\tanh(r_2)\right]^{\frac{m}{2}}}{m!} \times \\
&\times H_n\left(\beta_1[e^{i\theta_1}\sinh(2r_1)]^{-\frac{1}{2}}\right) H_m\left(\beta_2[e^{i\theta_2}\sinh(2r_2)]^{-\frac{1}{2}}\right) (\hat{\mathbf{a}}_1^\dagger)^n |0\rangle_1 \otimes (\hat{\mathbf{a}}_2^\dagger)^m |0\rangle_2,
\end{aligned} \tag{4.1}$$

ahol  $\alpha_j = |\alpha_j| \cdot \exp(i\phi_j)$  a koherens állapot komplex amplitúdója,  $\phi_j$  a fázisszöge,  $r_j$  az összenyomás erősségét jellemző paraméter,  $\theta_j$  pedig az összenyomás fázisszöge ( $j = 1, 2$ ). Felhasználva a nyalábosztó transzformációt leíró (1.46) összefüggés inverzeként kapható

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_1 \\ \hat{\mathbf{a}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{T} & -i\sqrt{1-T} \\ -i\sqrt{1-T} & \sqrt{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_3 \\ \hat{\mathbf{a}}_4 \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

összefüggést, ahol  $T$  a nyalábosztó áteresztőképessége, az optikai rendszer  $|\psi_{\text{ki}}\rangle_{34}$  kétmódusú kimenő állapotára a következő összefüggést kapjuk:

$$\begin{aligned}
|\psi_{\text{ki}}\rangle_{34} &= \prod_{j=1}^2 \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}|\alpha_j|^2 - \frac{1}{2}\alpha_j^{*2}e^{i\theta_j}\tanh(r_j)\right]}{\sqrt{\cosh(r_j)}} \times \\
&\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m \frac{\left[\frac{1}{2}e^{i\theta_1}\tanh(r_1)\right]^{\frac{n}{2}}}{n!} \frac{\left[\frac{1}{2}e^{i\theta_2}\tanh(r_2)\right]^{\frac{m}{2}}}{m!} \times \\
&\times i^{k+m-l} \cdot H_n\left(\beta_1[e^{i\theta_1}\sinh(2r_1)]^{-\frac{1}{2}}\right) H_m\left(\beta_2[e^{i\theta_2}\sinh(2r_2)]^{-\frac{1}{2}}\right) \times \\
&\times B_k^n(T) \cdot B_l^m(1-T) \cdot \sqrt{(n-k+m-l)! \cdot (k+l)!} |n-k+m-l\rangle_3 \otimes |k+l\rangle_4,
\end{aligned} \tag{4.3}$$

ahol  $B_p^q(x)$  mennyiségek a következők:

$$B_p^q(x) = \binom{q}{p} (\sqrt{x})^{q-p} (\sqrt{1-x})^p. \tag{4.4}$$

A rendszer feltételes kimenő állapotát homodin mérés esetén, az erre vonatkozó (1.49) képletet használva, a következő alakban kaphatjuk meg [S1]:

$$\begin{aligned}
|\psi_{ki}\rangle_{\text{HM}} &= \mathcal{N}_{ki} \cdot \pi^{-\frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{1}{2}x^2} \cdot \prod_{j=1}^2 \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}|\alpha_j|^2 - \frac{1}{2}\alpha_j^{*2} e^{i\theta_j} \tanh(r_j)\right]}{\sqrt{\cosh(r_j)}} \times \\
&\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^m (-1)^l \frac{\left[\frac{1}{4}e^{i(\theta_1-2\lambda)} \tanh(r_1)\right]^{\frac{n}{2}} \left[-\frac{1}{4}e^{i(\theta_2-2\lambda)} \tanh(r_2)\right]^{\frac{m}{2}}}{n! m!} \times \\
&\times \sqrt{(k+l)!} \cdot (\sqrt{2}ie^{i\lambda})^{k+l} B_k^n(T) B_l^m(1-T) H_{n-k+m-l}(x) \times \\
&\times H_n\left(\beta_1[e^{i\theta_1} \sinh(2r_1)]^{-\frac{1}{2}}\right) H_m\left(\beta_2[e^{i\theta_2} \sinh(2r_2)]^{-\frac{1}{2}}\right) |k+l\rangle,
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$N$ -foton detektálása esetén az  $|N\rangle\langle N|$  projektor alkalmazása után a rendszer állapotára a

$$\begin{aligned}
|\psi_{ki}\rangle_{\text{NFD}} &= \mathcal{N}_{ki} \cdot \prod_{j=1}^2 \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha_j|^2 - \frac{1}{2}\alpha_j^{*2} e^{i\theta_j} \tanh(r_j)\right)}{\sqrt{\cosh(r_j)}} \times \\
&\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n i^{2k-n+N} \frac{\left[\frac{1}{2}e^{i\theta_1} \tanh(r_1)\right]^{\frac{n}{2}} \left[\frac{1}{2}e^{i\theta_2} \tanh(r_2)\right]^{\frac{m}{2}}}{n! m!} H_n\left(\beta_1[e^{i\theta_1} \sinh(2r_1)]^{-\frac{1}{2}}\right) \times \\
&\times H_m\left(\beta_2[e^{i\theta_2} \sinh(2r_2)]^{-\frac{1}{2}}\right) B_k^n(T) B_{n+m-k-N}^m(1-T) \sqrt{N!(n+m-N)!} |n+m-N\rangle
\end{aligned} \tag{4.6}$$

összefüggést kapjuk [S1]. A következő fejezetben a rendszer kimenő állapotait a kétféle mérésnél egy más formában is meghatározzuk, amely a numerikus számításoknál előnyösen használható [S2].

## 4.2. A kimenő állapot meghatározása koherens-bázisban

Az összenyomott koherens állapotok felírhatók koherens állapotok folytonos szuperpozíciójaként a fázistér valós egyenesé mentén [78, 179]:

$$|\zeta, \alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) |\alpha + \gamma x\rangle dx, \tag{4.7}$$

ahol  $\gamma = \exp(i\frac{\theta+\pi}{2})$  és  $g(x)$  egy súlyfüggvény, amely felírható a következő módon:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sinh(r)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\coth(r)-1)x^2 + \left(\frac{\alpha\gamma^* - \alpha^*\gamma}{2}\right)x\right]. \tag{4.8}$$



A nyalábosztó transzformáció koherens állapot reprezentációban a következőképpen írható fel:

$$\begin{aligned}
|\alpha\rangle_1 \otimes |\beta\rangle_2 &\rightarrow \exp\left[\alpha\left(\sqrt{T}\hat{\mathbf{a}}_3^\dagger + i\sqrt{1-T}\hat{\mathbf{a}}_4^\dagger\right) - \alpha^*\left(\sqrt{T}\hat{\mathbf{a}}_3 - i\sqrt{1-T}\hat{\mathbf{a}}_4\right)\right] \times \\
&\times \exp\left[\beta\left(i\sqrt{1-T}\hat{\mathbf{a}}_3^\dagger + \sqrt{T}\hat{\mathbf{a}}_4^\dagger\right) - \beta^*\left(-i\sqrt{1-T}\hat{\mathbf{a}}_3 + \sqrt{T}\hat{\mathbf{a}}_4\right)\right] |0\rangle_3 \otimes |0\rangle_4 = \\
&= \exp\left[\left(\alpha\sqrt{T} + i\beta\sqrt{1-T}\right)\hat{\mathbf{a}}_3^\dagger - \left(\alpha^*\sqrt{T} + (i\beta)^*\sqrt{1-T}\right)\hat{\mathbf{a}}_3\right] \times \\
&\times \exp\left[\left(i\alpha\sqrt{1-T} + \beta\sqrt{T}\right)\hat{\mathbf{a}}_4^\dagger - \left((i\alpha)^*\sqrt{1-T} + \beta^*\sqrt{T}\right)\hat{\mathbf{a}}_4\right] |0\rangle_3 \otimes |0\rangle_4 = \\
&= \hat{\mathbf{D}}_3\left(\sqrt{T}\alpha + i\sqrt{1-T}\beta\right)\hat{\mathbf{D}}_4\left(i\sqrt{1-T}\alpha + \sqrt{T}\beta\right) |0\rangle_3 \otimes |0\rangle_4 = \\
&= \left|\sqrt{T}\alpha + i\sqrt{1-T}\beta\right\rangle_3 \otimes \left|i\sqrt{1-T}\alpha + \sqrt{T}\beta\right\rangle_4.
\end{aligned} \tag{4.9}$$

A 4.1. ábrán látható optikai rendszerben mindkét bemenő összenyomott koherens állapotot a (4.7) egyenlettel megadva a kétmódusú kimenő állapotot a következő alakban kapjuk meg:

$$\begin{aligned}
|\psi_{\text{ki}}\rangle_{34} &= \frac{1}{\pi} \int \int g(x)g(x') \left| \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \right\rangle_3 \otimes \\
&\otimes \left| i\sqrt{1-T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + \sqrt{T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \right\rangle_4 dx dx'.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

A kétmódusú kimenő állapot egyik módusában végzett mérésekor az optikai rendszer kimenő állapotát általánosan

$$|\psi_{\text{ki}}\rangle = C(\alpha_1, \alpha_2, T) \int \int F(x, x') \left| i\sqrt{1-T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + \sqrt{T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \right\rangle dx dx' \tag{4.11}$$

összefüggés szerint írhatjuk fel. Homodin mérés esetén az  $F(x, x')$  függvényt

$$F(x, x') = F_{\text{HM}}(x, x') = g(x)g(x') \cdot \langle X | \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \rangle \tag{4.12}$$

alakban fejezhetjük ki. Felhasználva a koherens állapot kvadratúra-reprezentációját leíró (1.50) képletet, azaz az

$$\begin{aligned}
&\langle X | \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \rangle = \\
&= \pi^{-\frac{1}{4}} \exp\left(-\frac{X^2}{2}\right) \exp\left\{[\sqrt{2T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{2(1-T)}(\alpha_2 + \gamma_2 x')]Xe^{-i\theta}\right\} \times \\
&\times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[T(|\alpha_1|^2 + \alpha_1^2 e^{-2i\theta}) + T(\alpha_1^* \gamma_1 + \gamma_1^* \alpha_1 + 2\alpha_1 \gamma_1 e^{-2i\theta})x + T(1 + \gamma_1^2 e^{-2i\theta})x^2 + \right. \right. \\
&-i\sqrt{T(1-T)}(-\alpha_1^* \alpha_2 - \alpha_1^* \gamma_2 x' - \gamma_1^* \alpha_2 x - \gamma_1^* \gamma_2 x x' + \alpha_2^* \alpha_1 + \alpha_2^* \gamma_1 x + \gamma_2^* \alpha_1 x' + \gamma_2^* \gamma_1 x' x - \\
&-2\alpha_1 \alpha_2 e^{-2i\theta} - 2\alpha_1 \gamma_2 x' e^{-2i\theta} - 2\alpha_2 \gamma_1 x e^{-2i\theta} - 2\gamma_1 \gamma_2 x x' e^{-2i\theta}) + [1-T](|\alpha_2|^2 - \alpha_2^2 e^{-2i\theta}) + \\
&\left. \left. + (1-T)(\alpha_2^* \gamma_2 + \alpha_2 \gamma_2^* - 2\alpha_2 \gamma_2 e^{-2i\theta})x' + [1-T](1 - \gamma_2 e^{-2i\theta})(x')^2\right]\right\}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

összefüggést, homodin mérés esetén az optikai rendszer kimenő állapotát leíró (4.11) képletben szereplő  $F(x, x')$  súlyfüggényt az alábbi módon fejzhetjük ki részletesebben:

$$\begin{aligned}
F_{\text{HM}}(x, x') &= g(x)g(x') \cdot \langle X | \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \rangle = \\
&= \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ (T(1 + \gamma_1^2 e^{-2i\theta}) + \coth(r_1) - 1)x^2 + ([1-T](1 - \gamma_2^2 e^{-2i\theta}) + \coth(r_2) - 1)(x')^2 + \right. \right. \\
&\quad + ([1+T]\alpha_1^* \gamma_1 - [1-T]\alpha_1 \gamma_1^* - i\sqrt{T(1-T)}(\alpha_2^* \gamma_1 - \alpha_2 \gamma_1^*) + 2T\alpha_1 \gamma_1 e^{-2i\theta} - 2\sqrt{2T}\gamma_1 X e^{-i\theta} + \\
&\quad + 2i\sqrt{T(1-T)}\alpha_2 \gamma_1 e^{-2i\theta})x + (2[1-T](\alpha_2^* \gamma_2 + \alpha_2 \gamma_2^* e^{-2i\theta}) + i\sqrt{T(1-T)}(\alpha_1^* \gamma_2 - \alpha_1 \gamma_2^*) - \\
&\quad \left. \left. - 2i\sqrt{2(1-T)}\gamma_2 (X e^{-i\theta} - \alpha_1 e^{-2i\theta}))x' - i\sqrt{T(1-T)}(\gamma_1^* \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_2^* - 2e^{-2i\theta} \gamma_1 \gamma_2)xx' \right] \right\}. \tag{4.14}
\end{aligned}$$

A  $C(\alpha_1, \alpha_2, T)$  együtthatót pedig a következő alakban kaphatjuk meg:

$$\begin{aligned}
C_{\text{HM}}(\alpha_1, \alpha_2, T) &= \frac{\mathcal{N}_{\text{ki}} \cdot e^{-\frac{1}{2}X^2} \cdot \pi^{-\frac{5}{4}}}{2\sqrt{\sinh(r_1)} \cdot \sinh(r_2)} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ T(|\alpha_1|^2 + \alpha_1^2 e^{-2i\theta}) + [1-T](|\alpha_2|^2 - \alpha_2^2 e^{-2i\theta}) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + i\sqrt{T(1-T)}(\alpha_1^* \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2^* + 2\alpha_1 \alpha_2 e^{-2i\theta}) - 2\sqrt{2}X e^{-i\theta} (\sqrt{T}\alpha_1 + i\sqrt{1-T}\alpha_2) \right] \right\}. \tag{4.15}
\end{aligned}$$

Az  $N$ -foton detektálása esetén az  $F(x, x')$  súlyfüggvényt

$$F(x, x') = F_{\text{NFD}}(x, x') = g(x)g(x') \cdot \langle N | \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \rangle \tag{4.16}$$

alakban írhatjuk fel. Felhasználva az  $\langle N | \alpha \rangle = \alpha^N / \sqrt{N!} \exp(-|\alpha|^2/2)$  skalárszorzatot, azaz az

$$\begin{aligned}
\langle N | \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \left[ \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \right]^N \times \\
&\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ T|\alpha_1|^2 + T\alpha_1^* \gamma_1 x + T\gamma_1^* \alpha_1 x + Tx^2 + i\sqrt{T(1-T)}\alpha_1^* \alpha_2 + \right. \right. \\
&\quad + i\sqrt{T(1-T)}\alpha_1^* \gamma_2 x' + i\sqrt{T(1-T)}\gamma_1^* \alpha_2 x + i\sqrt{T(1-T)}\gamma_1^* \gamma_2 x x' - i\sqrt{T(1-T)}\alpha_2^* \alpha_1 - \\
&\quad - i\sqrt{T(1-T)}\alpha_2^* \gamma_1 x - i\sqrt{T(1-T)}\gamma_2^* \alpha_1 x' - i\sqrt{T(1-T)}\gamma_2^* \gamma_1 x' x + \\
&\quad \left. \left. + (1-T)|\alpha_2|^2 + (1-T)\alpha_2^* \gamma_2 x' + (1-T)(x')^2 + (1-T)\gamma_2^* \alpha_2 x' \right] \right\} \tag{4.17}
\end{aligned}$$

összefüggést az  $F(x, x')$  súlyfüggény az  $N$ -foton detektálása a következő:

$$\begin{aligned}
F_{\text{NFD}}(x, x') &= g(x)g(x') \cdot \langle N | \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \rangle = \\
&= \frac{1}{\sqrt{N!}} \left[ \sqrt{T}(\alpha_1 + \gamma_1 x) + i\sqrt{1-T}(\alpha_2 + \gamma_2 x') \right]^N \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ (\coth(r_1) - 1 + T)x^2 + \right. \right. \\
&\quad + (\coth(r_2) - T)(x')^2 + (T(\alpha_1^* \gamma_1 + \alpha_1 \gamma_1^*) - i\sqrt{T(1-T)}(\alpha_2^* \gamma_1 - \alpha_2 \gamma_1^*))x + \\
&\quad \left. \left. + ([1-T](\alpha_2^* \gamma_2 + \alpha_2 \gamma_2^*) + i\sqrt{T(1-T)}(\alpha_1^* \gamma_2 - \alpha_1 \gamma_2^*))x' + i\sqrt{T(1-T)}(\gamma_1^* \gamma_2 - \gamma_1 \gamma_2^*)xx' \right] \right\}. \tag{4.18}
\end{aligned}$$

A  $C(\alpha_1, \alpha_2, T)$  együtthatót pedig a következő alakban kapjuk:

$$\begin{aligned}
C_{\text{NFD}}(\alpha_1, \alpha_2, T) &= \frac{\mathcal{N}_{\text{ki}}}{2\pi \sqrt{\sinh(r_1)} \cdot \sinh(r_2)} \times \\
&\times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ T|\alpha_1|^2 + (1-T)|\alpha_2|^2 + i\sqrt{T(1-T)}(\alpha_1^* \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2^*) \right] \right\}. \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Fontos megjegyezni, hogy a homodin méréssel, illetve az  $N$ -foton detektálással meghatározott kimenő állapotot leíró (4.13)–(4.15), illetve (4.17)–(4.19) képletek ekvivalensek a fotonszámállapot-reprezentációban felírt kimenő állapotot leíró (4.5), illetve (4.6) képlettel, vagyis azonos paraméterek mellett ugyanazt a kimenő állapotot írja le. A későbbi, azaz a 4.4–4.8. fejezetekben a nemklasszikus állapotok egy részénél mindkét képlettel elvégeztük a számításokat ellenőrzés céljából.

### 4.3. A kísérleti elrendezés optimalizálása

Az optikai rendszernek az előző részben meghatározott, a választott méréstől függő kimenő állapotai több változtatható paramétert tartalmaznak. Ezek a paraméterek a következők:  $r_j$ , összenyomás erősségét jellemző paraméterek,  $\theta_j$  az összenyomás fázisszögei, az  $\alpha_j$  koherens komplex amplitúdó, a  $\phi_j$  a fázisszög, valamint  $T$  a nyálábosztó áteresztőképessége, homodin mérés esetén az  $x$  ideális mérési hely és  $\lambda$  a mérés fázisszöge. A kidolgozott eljárásunk lényege az, hogy ezeket a paramétereket úgy határozzuk meg, hogy a rendszer kimenő állapota a lehető legközelebb legyen egy választott célállapothoz. A két állapot azonosságát jellemző mennyiséget az irodalomban hűségnek nevezik, amelyet

$$F(\hat{\rho}, \hat{\sigma}) = \left( \text{Tr} \sqrt{\sqrt{\hat{\rho}} \hat{\sigma} \sqrt{\hat{\rho}}} \right)^2 \quad (4.20)$$

képlettel írhatunk fel [180, 181], ahol a  $\hat{\rho}$  és a  $\hat{\sigma}$  operátor a két összehasonlítandó állapot sűrűségoperátorát jelölik. A hűség értéke 0 és 1 közötti valós szám. Ha a két sűrűségoperátor tiszta állapotot ír le, akkor a hűség az

$$F(\hat{\rho}, \hat{\sigma}) = |\langle \psi | \Psi \rangle|^2 \quad (4.21)$$

kifejezéssel adható meg, ahol  $|\psi\rangle$  a kimenő állapotot,  $|\Psi\rangle$  a célállapotot jelöli. A továbbiakban a tiszta állapotokra felírt hűséggel definiált hibát használjuk fel a kidolgozott eljárásunk során. A nem tiszta állapotokra vonatkozó hűséget leíró (4.20) képletet egy későbbi fejezetben használjuk fel. A kidolgozott eljárásunkban egy származtatott mennyiséget használunk, ezt a mennyiséget hibaként definiáljuk [168]:

$$\varepsilon = 1 - F(\hat{\rho}, \hat{\sigma}). \quad (4.22)$$

Minél jobb a két állapot hasonlósága, annál nagyobb lesz a hűség értéke, azaz a hiba minimális lesz.

A hiba mellett az ún. sikeres előállítás valószínűsége is egy fontos mennyiség, amely az eljárás alkalmazhatóságát jellemzi. Az előállítás valószínűségét homodin mérés esetén a

$$P_{\text{HM}}(x^{\text{opt}}, \delta) = \int_{x^{\text{opt}}-\delta}^{x^{\text{opt}}+\delta} \text{Tr}(\hat{\rho}_3|x\rangle\langle x|) dx \quad (4.23)$$

definícióval írhatjuk le [182], ahol  $x^{\text{opt}}$  az ideális mérési helyet jelöli. Az  $N$ -foton detektálása esetén pedig

$$P_{\text{NFD}} = \text{Tr}(\hat{\rho}_3|N\rangle\langle N|) \quad (4.24)$$

alakban fejezhetjük ki, ahol  $\hat{\rho}_3 = \text{Tr}_4(|\psi_{ki}\rangle_{34}\langle\psi_{ki}|)$ . Homodin mérés esetében a feltételes előállítás valószínűségét a homodin mérés optimális  $x$  kvadratúra érték körül megválasztott  $\delta$  mérési ablak nagysága is befolyásolja, az  $N$ -foton detektálása esetében pedig az előállítás valószínűsége függ attól, hogy hány fotont szeretnénk detektálni.

Homodin mérés esetében a minimális hiba és az előállítás valószínűségének ismeretében definiálható az ún. átlagos hiba:

$$\varepsilon_{\text{átlagos}} = \frac{\sum_i \varepsilon_i \cdot P_i}{\sum_i P_i}. \quad (4.25)$$

Az átlagos hiba úgy határozható meg, hogy az adott  $\delta$  mérési ablakot kisebb egységekre osztjuk fel, és minden kis felosztott egységre az ideális mérési hely függvényében kiszámítjuk az  $\varepsilon_i$  minimális hibákat és a  $P_i$  valószínűségeket. Ha a  $\delta$  mérési ablak mérete a zérushoz tart, akkor az előállítás valószínűsége is zérushoz tart, az  $\varepsilon_{\text{átlagos}}$  átlagos hiba értéke pedig közelíteni fog az  $\varepsilon$  hibához.

A kidolgozott eljárásunk hatékonyságát az előállítási hiba és az előállítás valószínűsége jellemzi. Az eljárás optimalizációja során a kísérleti elrendezés paramétereit úgy határozzuk meg, hogy az előállítási hiba minimális legyen a kitűzött célállapot esetén. Az optimalizálás során meghatározott paraméterek ismeretében további feladatunk meghatározni az előállítás valószínűségét, mely nem az optimalizáció része. Másik lehetséges megoldás az előállítási hiba és az előállítás valószínűségének egyidejű optimalizálása. A kidolgozott eljárásunk esetében csak az  $\varepsilon$  hibára optimalizálunk, de a későbbiekben, azaz a 4.9. fejezetben foglalkozunk a másik optimalizálási lehetőséggel is. Az optimalizáció célfüggvényének

szerepét tehát az  $\varepsilon$  hiba fogja játszani. A kidolgozott eljárás során megállapítottuk, hogy az optimalizáció se nem lineáris, se nem konvex. Ezért az optimalizáció elvégzésére felvetettük az ún. genetikus algoritmus használatát [183].

Az evolúciós algoritmusok családjába tartozó genetikus algoritmus célja egy adott függvény lokális szélsőértékének megtalálása. Ehhez a célfüggvény paramétereit adott intervallumon véletlenszerűen választják meg (1. generáció), és e paraméterhalmazokból álló populáció minden egyedéhez kiszámítva a függvényértéket, megkeresik a legkisebb (legnagyobb) értékek egy halmazát (szelekció). Az így kapott „szülőhalmaz” elemeihez tartozó paraméterek körül bizonyos szabály szerint újabb paraméterhalmazokat (gyermek egyedeket) választanak (2. generáció), a függvényt kiértékelik az így kapott új populáció egyedein. Az algoritmus megfelelő működésében jelentős szerepe van a populáció méretének és a generációk számának, de bizonyos esetekben az optimalizációs technika egyéb paramétereinek (így például inicializációs függvény, mutációs függvény, stb.) helytelen megválasztása is vezethet helytelen végeredményre.

A számolásokhoz a Matlab programozási környezetet használtuk, és annak beépített genetikus algoritmus függvényében a generációk számát 2000-ben limitáltuk, a populáció mérete 1000 volt<sup>1</sup>. Tekintve a célfüggvény paramétereinek nagy számát, ezek az értékek viszonylag kicsiknek tűnhetnek, azonban nagyobb generációszám és/vagy populációméret mellett is végeztünk szimulációkat, és az eredmények összhangban voltak a fent megadott kisebb értékek mellett kapott eredményeinkkel.

Az eljárás során a változtatható paraméterek optimális értékét olyan paramétertartományokon keressük, hogy a paraméterek kísérletileg megvalósíthatók legyenek, továbbá az adott tartományon az optimalizáció numerikusan stabil legyen. Az eljárás során alkalmazott paramétertartományok a következők:  $0 \leq r_i \leq 2.3$ ,  $0 \leq \alpha_i \leq 4$ ,  $0.1 \leq T \leq 0.9$ , homodin mérés esetén  $0 \leq x \leq 4$ , és a  $\theta_i$ ,  $\phi_i$  fázisszögekre megengedettek, hogy bármilyen lehetséges értéket felvehetnek 0 és  $2\pi$  érték között.

---

<sup>1</sup>Számításainkhoz a MATLAB (R2017a és b, illetve R2018a és b) globális optimalizációs eszköztárból származó ga genetikus algoritmust használtuk (The Mathworks Inc., Natick, Massachusetts).

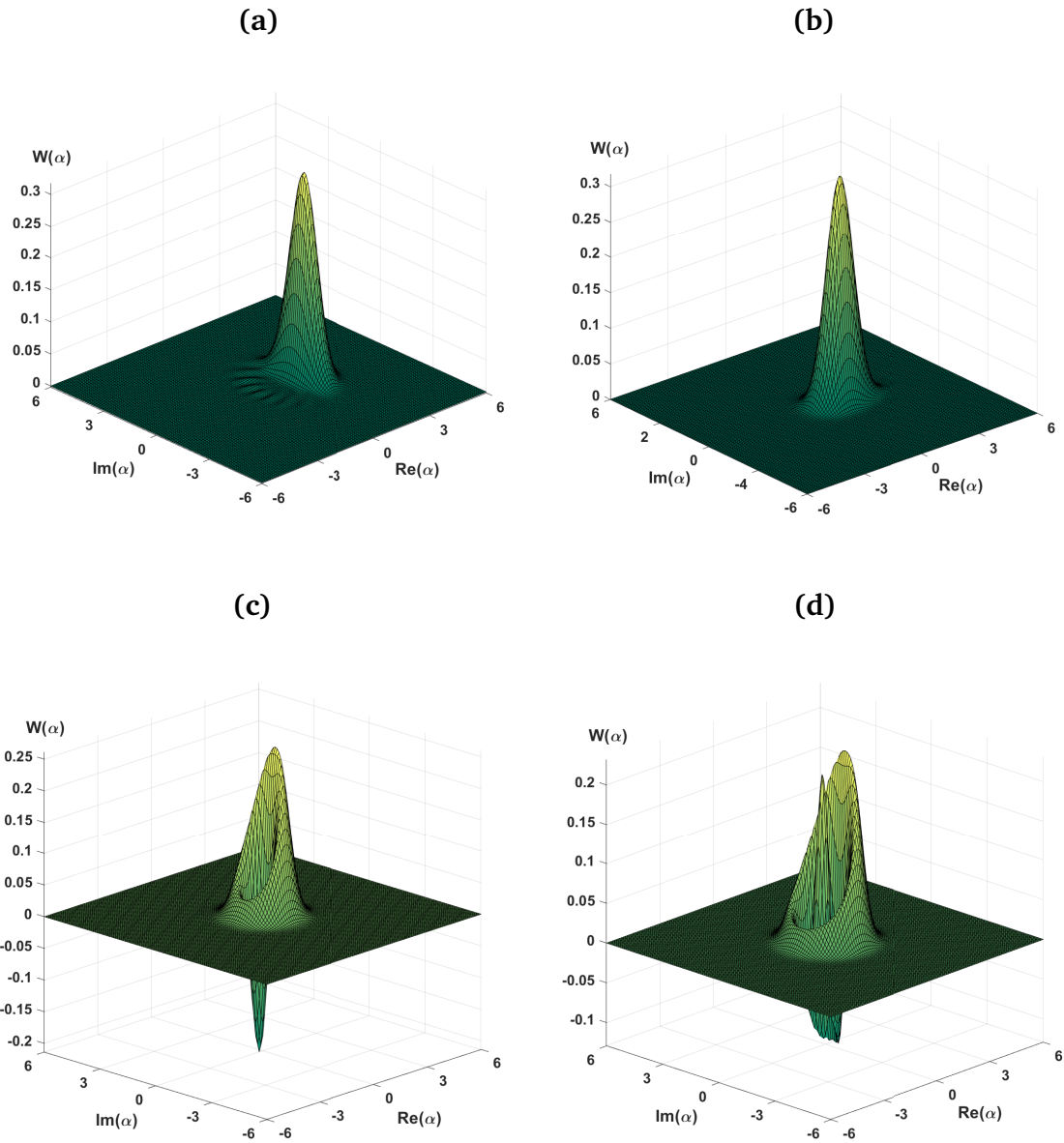
## 4.4. Binomiális és negatív binomiális állapotok előállítása

Ebben a fejezetben a binomiális és negatív binomiális állapotok előállításának lehetőségét vizsgáljuk meg részletesen a javasolt elrendezésben. Az optimalizáció eredményét a kísérleti rendszer paramétereire több ilyen állapot homodin mérésel történő feltételes előállítása esetén a 4.1. táblázatban adjuk meg.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$x$	$\lambda$
$ 0.3, 7\rangle_B$	$1.14 \times 10^{-4}$	<b>0.60</b>	3.90	<b>1.00</b>	4.26	<b>0.75</b>	3.62	<b>0.70</b>	0.48	0.59	0.60	2.17
$ 0.45, 8\rangle_B$	$8.06 \times 10^{-4}$	0.45	0.74	0.34	1.01	0.45	0.28	1.97	0.06	0.90	0.61	0.04
$ 0.2, 10\rangle_B$	$1.66 \times 10^{-5}$	<b>0.60</b>	1.95	<b>1.00</b>	4.77	<b>0.75</b>	2.86	<b>0.70</b>	6.10	0.49	0.25	0.56
$ 0.6, 10\rangle_B$	$4.86 \times 10^{-3}$	0.42	1.44	1.92	4.84	0.59	0.33	1.90	6.14	0.82	0.15	6.13
$ 0.4, 15\rangle_B$	$1.91 \times 10^{-4}$	1.54	1.08	0.93	3.06	0.27	0.28	2.36	0.09	0.90	0.73	2.57
$ 0.7, 3\rangle_B$	$9.12 \times 10^{-2}$	0.51	1.05	1.50	5.06	0.76	0.61	0.96	5.70	0.60	0.84	5.60
$ 0.85, 2\rangle_B$	$2.40 \times 10^{-1}$	0.39	2.96	0.57	4.65	1.95	0.27	1.74	1.02	0.30	0.21	0.22
$ 0.75, 1\rangle_B$	$1.57 \times 10^{-1}$	0.19	5.36	1.24	4.01	1.71	5.60	0.54	3.90	0.55	1.80	3.38
$ 0.65, 1, 0\rangle_{NB}$	$7.83 \times 10^{-4}$	0.62	0.13	0.09	0.25	0.21	0.90	0.98	0.02	0.70	0.23	0.03
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{NB}$	$3.36 \times 10^{-5}$	0.56	0.72	0.58	0.34	0.10	0.07	1.34	0.59	0.80	0.24	0.03
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{NB}$	$3.37 \times 10^{-5}$	<b>0.60</b>	<b>1.57</b>	<b>0.80</b>	<b>3.14</b>	<b>0.60</b>	2.36	2.47	0.69	0.63	1.55	3.79
$ 0.75, 6, \frac{\pi}{2}\rangle_{NB}$	$3.53 \times 10^{-4}$	<b>0.60</b>	<b>1.57</b>	<b>0.80</b>	<b>3.14</b>	<b>0.60</b>	0.46	3.04	1.53	0.86	2.60	3.67
$ 0.45, 10, 0\rangle_{NB}$	$8.84 \times 10^{-6}$	<b>0.60</b>	6.14	<b>1.00</b>	4.44	<b>0.75</b>	4.98	<b>0.70</b>	5.57	0.58	0.76	3.27

**4.1. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereit a homodin mérési eljárással előállított binomiális és negatív binomiális állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit,  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), a nyálábsztó  $T$  áteresztőképessége,  $x$  és  $\lambda$  jelöli a homodin mérés kvadratúra értékét és fázisszögét.

A táblázat adatai alapján elmondhatjuk, hogy olyan binomiális és negatív binomiális állapotok állíthatók elő nagy pontossággal a homodin mérési eljárással, amelyek bizonyos paraméterek mellett egy Gauss-állapothoz közelítenek. A 4.2a. és a 4.2b. ábrán ilyen típusú binomiális, illetve negatív binomiális állapot Wigner-függvényét láthatjuk, amelyek közelítőleg Gauss-harang alakúak. A 4.1. táblázat tartalmaz olyan binomiális állapotokra vonatkozó optimális paramétereket, melyek nem Gauss-típusú állapotot közelítenek. Ilyen állapotok Wigner-függvényeit a 4.2c. és a 4.2d. ábrán láthatjuk. Az eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy  $p \geq 0.7$  és  $1 \leq M \leq 3$  paraméterű nem-Gauss állapotot közelítő binomiális állapotok nem állíthatók elő nagy pontossággal a homodin mérési eljárás segítségével.



**4.2. ábra.** A  $|0.45, 8\rangle_B$  binomiális (a), a  $|0.65, 1, 0\rangle_{NB}$  negatív binomiális (b), a  $|0.75, 1\rangle_B$  binomiális (c) és a  $|0.85, 2\rangle_B$  binomiális állapot (d) Wigner-függvénye a fázistérben.

Az optimalizáció során azt tapasztaltuk, hogy a nemklasszikus állapotok előállításánál meghatározott  $\varepsilon$  hiba esetén több megoldást kapunk különböző optimális paraméterekre vonatkozólag. Ebből arra következtettünk, hogy az optikai elrendezés bemenő állapotainak bizonyos paraméterei adott tartományokban szabadon választhatók úgy, hogy az  $\varepsilon$  előállítási hiba ne növekedjen jelentősen. Ezt a feltételezést nagyszámú számolással bizonyítottuk. A

rögzíthető paraméterek száma, típusa függ az adott célállapottól és a mérés típusától is. A binomiális és a negatív binomiális állapotok előállítása során a következő tartományokon ellenőriztük a paraméterek rögzíthetőségét:  $0.3 \leq r_1, r_2, \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$  és  $0 \leq \theta_1, \phi_1 \leq \pi$ . A 4.1. táblázatban a félkövérrel jelölt adatok jelentik a rögzített paramétereket. Az eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy a binomiális és a negatív binomiális állapotok homodin mérésel történő előállítása esetén négy vagy öt paraméter választható szabadon az adott paramétertartományokon.

A továbbiakban minden vizsgált nemklasszikus állapotnál elemeztük ezt a lehetőséget. Ennek a lehetőségnek az a jelentősége a kísérleti megvalósítás során, hogy több különböző nemklasszikus állapot állítható elő a rendszerrel a bemenő állapotok, illetve az azokat előállító parametrikus berendezés jelentős módosítása nélkül.

A 4.2. táblázat tartalmazza a 4.1. táblázatban szereplő, nagy pontossággal előállított binomiális és negatív binomiális állapotok előállítási valószínűségeit és az átlagos hibáit. A  $\delta$  mérési ablakot úgy állítottuk be, hogy az átlagos hiba ne legyen nagyobb, mint  $10^{-2}$ .

állapot	$\delta$	$P_{\text{HM}}(x^{\text{opt}}, \delta)$	$\varepsilon_{\text{átlagos}}$
$ 0.3, 7\rangle_{\text{B}}$	0.17	0.125	0.008
$ 0.45, 8\rangle_{\text{B}}$	0.30	0.275	0.008
$ 0.2, 10\rangle_{\text{B}}$	0.17	0.132	0.009
$ 0.6, 10\rangle_{\text{B}}$	0.25	0.233	0.008
$ 0.4, 15\rangle_{\text{B}}$	0.30	0.527	0.003
$ 0.65, 1, 0\rangle_{\text{NB}}$	0.20	0.265	0.008
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{\text{NB}}$	0.30	0.362	0.006
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{\text{NB}}$	0.18	0.065	0.008
$ 0.75, 6, \frac{\pi}{2}\rangle_{\text{NB}}$	0.23	0.146	0.009
$ 0.45, 10, 0\rangle_{\text{NB}}$	0.16	0.080	0.008

**4.2. táblázat.** *A homodin mérésel előállított binomiális és negatív binomiális állapotok valószínűségei és az átlagos hibái a bemenő állapotok, a nyalábosztó és a homodin mérés optimális paraméterei mellett.*

A 4.2. táblázat adatai alapján elmondhatjuk, hogy binomiális és negatív binomiális állapotok nagy pontossággal és magas előállítási valószínűséggel állíthatók elő, mivel a javasolt kísérleti elrendezés egy egylépcsős rendszer, szemben a többi többlépcsős optikai rendszerekkel, ahol az előállítási valószínűségek értékei alacsonyak [171, 178].



A binomiális és a negatív binomiális állapotok nagy pontossággal előállíthatók az  $N$ -foton detektálással is. A kísérleti elrendezés optimális paraméterei a 4.3. táblázatban találhatóak.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ 0.3, 7\rangle_{\text{B}}$	$1.26 \times 10^{-4}$	0.74	3.50	0.10	2.14	0.16	4.43	1.97	0.08	0.69	1	0.318
$ 0.3, 7\rangle_{\text{B}}$	$1.22 \times 10^{-4}$	0.02	2.49	0.44	0.65	0.24	6.26	1.89	6.17	0.72	2	0.280
$ 0.3, 7\rangle_{\text{B}}$	$1.12 \times 10^{-4}$	0.23	3.56	1.71	3.36	0.18	6.14	1.69	0.55	0.78	3	0.181
$ 0.45, 8\rangle_{\text{B}}$	$3.34 \times 10^{-4}$	0.51	2.87	1.95	4.72	0.34	1.01	0.61	6.12	0.42	1	0.416
$ 0.45, 8\rangle_{\text{B}}$	$3.25 \times 10^{-4}$	<b>0.50</b>	3.40	2.39	4.69	<b>0.50</b>	4.87	0.56	3.61	0.30	2	0.216
$ 0.45, 8\rangle_{\text{B}}$	$3.45 \times 10^{-4}$	<b>0.50</b>	4.23	0.55	0.92	<b>0.50</b>	5.92	2.58	6.27	0.62	3	0.208
$ 0.2, 10\rangle_{\text{B}}$	$1.88 \times 10^{-5}$	0.16	3.39	0.49	4.70	0.09	5.68	1.51	6.27	0.47	1	0.369
$ 0.2, 10\rangle_{\text{B}}$	$1.67 \times 10^{-5}$	0.20	2.89	1.58	5.27	0.10	0.17	0.99	5.75	0.75	2	0.224
$ 0.2, 10\rangle_{\text{B}}$	$5.30 \times 10^{-5}$	1.12	2.99	2.38	4.93	0.04	2.19	0.37	0.07	0.87	3	0.115
$ 0.6, 10\rangle_{\text{B}}$	$1.59 \times 10^{-3}$	1.78	3.21	0.97	4.20	0.06	4.26	2.41	0.02	0.63	1	0.212
$ 0.6, 10\rangle_{\text{B}}$	$2.64 \times 10^{-3}$	<b>0.70</b>	1.48	0.70	1.75	<b>0.70</b>	0.07	2.75	6.24	0.82	2	0.201
$ 0.6, 10\rangle_{\text{B}}$	$4.09 \times 10^{-3}$	0.25	2.21	0.97	6.20	0.72	0.08	3.09	5.89	0.67	3	0.160
$ 0.75, 1\rangle_{\text{B}}$	$2.70 \times 10^{-7}$	<b>0.45</b>	1.81	0.23	6.09	<b>0.80</b>	1.81	0.57	5.46	0.39	1	0.216
$ 0.85, 2\rangle_{\text{B}}$	$3.74 \times 10^{-4}$	0.87	2.52	0.27	0.15	0.93	2.49	0.76	5.91	0.49	2	0.145
$ 0.7, 3\rangle_{\text{B}}$	$3.09 \times 10^{-4}$	<b>0.70</b>	0.19	0.66	4.83	<b>0.60</b>	0.16	0.17	3.60	0.53	3	0.051
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{\text{NB}}$	$3.86 \times 10^{-5}$	0.17	3.47	1.50	5.43	0.21	4.42	0.67	0.89	0.79	1	0.370
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{\text{NB}}$	$5.46 \times 10^{-5}$	0.14	2.19	0.54	6.14	0.29	3.60	1.61	0.57	0.31	2	0.186
$ 0.5, 5, \frac{\pi}{4}\rangle_{\text{NB}}$	$4.12 \times 10^{-5}$	0.28	0.72	2.69	5.37	0.14	5.44	0.26	3.49	0.66	3	0.121
$ 0.75, 6, \frac{\pi}{2}\rangle_{\text{NB}}$	$4.96 \times 10^{-4}$	0.43	2.45	0.12	5.57	0.45	0.32	3.21	1.63	0.72	1	0.200
$ 0.75, 6, \frac{\pi}{2}\rangle_{\text{NB}}$	$8.10 \times 10^{-4}$	<b>0.70</b>	2.45	2.73	0.38	<b>0.70</b>	0.85	1.56	0.38	0.54	2	0.091
$ 0.75, 6, \frac{\pi}{2}\rangle_{\text{NB}}$	$7.36 \times 10^{-4}$	<b>0.70</b>	5.12	3.27	6.27	<b>0.70</b>	5.98	0.71	2.27	0.83	3	0.041
$ 0.45, 10, 0\rangle_{\text{NB}}$	$9.15 \times 10^{-6}$	0.08	5.54	0.07	2.35	0.12	3.23	1.69	0.00	0.88	1	0.246
$ 0.45, 10, 0\rangle_{\text{NB}}$	$8.84 \times 10^{-6}$	0.14	0.13	0.86	3.53	0.10	3.08	1.72	0.26	0.76	2	0.210
$ 0.45, 10, 0\rangle_{\text{NB}}$	$8.11 \times 10^{-6}$	0.41	1.75	1.20	2.40	0.16	2.42	2.25	0.18	0.77	3	0.157

**4.3. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paraméterei az  $N$ -foton detektálással előállított binomiális és negatív binomiális állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paraméterei, azaz az  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyalábosztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

A 4.3. táblázat adatai alapján megállapíthatjuk, hogy  $N$ -foton detektálás esetén a rögzíthető paraméterek száma kevesebb, mint homodin mérés esetén. Az  $N$ -foton detektálása esetén maximum két paraméter rögzíthető, ezek a bemenő állapotok összenyomási paraméterei. A rögzíthetőségi tartomány megegyezik a 4.1. táblázatnál megadottal. Az eredményeket elemezve elmondhatjuk, hogy a detektált fotonok számának növelésével csökken az előállítás valószínűsége. A  $p \geq 0.7$  és  $1 \leq M \leq 3$  paraméterű binomiális állapotok nagy pontossággal állíthatók elő az  $N$ -foton detektálással, mert ezen a tartományon a binomiális állapotok egy nem Gauss-típusú állapotot közelítenek. Az ebben a tartományban jellemzett állapotok egy  $n = M$  számú fotonszámállapothoz közelítenek, a nagy pontosságú előállítás esetében a detektált fotonok számának meg kell egyeznie a binomiális állapot  $M$  paraméterével (lásd: 4.6. fejezet).

## 4.5. Speciális foton számállapot-szuperpozíciók előállítása

Ebben a részben a speciális foton számállapot-szuperpozíciók előállításának lehetőségét vizsgáljuk meg részletesen a javasolt optikai rendszerben. Az optimalizáció eredményét a kísérleti elrendezés paramétereire több ilyen állapot  $N$ -foton detektálással történő előállítása esetén a 4.4. táblázatban adjuk meg.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ \Psi(0.6, 0.03)\rangle_{\text{RS}}$	$2.85 \times 10^{-4}$	1.02	2.70	0.76	5.27	0.61	0.23	0.36	4.02	0.79	1	0.329
$ \Psi(0.6, 0.03)\rangle_{\text{RS}}$	$6.60 \times 10^{-4}$	0.68	3.44	0.08	6.28	0.62	6.22	0.05	5.18	0.86	2	0.136
$ \Psi(0.6, 0.03)\rangle_{\text{RS}}$	$5.22 \times 10^{-4}$	0.85	2.96	1.29	5.93	0.56	0.10	0.70	4.40	0.78	3	0.113
$ \Psi(0.15, 0.1)\rangle_{\text{RS}}$	$1.80 \times 10^{-3}$	1.35	2.78	0.85	0.30	0.11	2.81	0.11	3.77	0.89	1	0.165
$ \Psi(0.15, 0.1)\rangle_{\text{RS}}$	$1.89 \times 10^{-3}$	0.99	4.81	2.02	3.58	0.17	4.72	0.49	1.84	0.84	2	0.126
$ \Psi(0.15, 0.1)\rangle_{\text{RS}}$	$1.71 \times 10^{-3}$	0.46	3.12	1.09	1.55	0.11	3.02	0.10	0.01	0.85	3	0.076
$ \Psi(0.1i, 0.15)\rangle_{\text{RS}}$	$4.32 \times 10^{-3}$	0.36	1.64	0.58	0.60	0.55	2.30	0.45	5.23	0.62	1	0.314
$ \Psi(0.1i, 0.15)\rangle_{\text{RS}}$	$4.74 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	0.92	0.77	5.83	<b>0.60</b>	1.79	0.53	4.56	0.59	1	0.318
$ \Psi(0.1i, 0.15)\rangle_{\text{RS}}$	$3.54 \times 10^{-3}$	0.45	0.76	0.74	6.22	0.69	1.84	0.91	4.65	0.44	2	0.244
$ \Psi(0.1i, 0.15)\rangle_{\text{RS}}$	$7.03 \times 10^{-3}$	0.39	5.56	1.27	5.92	0.58	5.64	0.35	4.94	0.64	3	0.128
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$5.31 \times 10^{-3}$	0.54	5.66	1.34	4.31	1.17	5.93	1.31	1.85	0.50	1	0.148
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$5.37 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	1.72	1.14	5.86	<b>0.60</b>	1.00	0.96	4.78	0.54	1	0.209
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$3.56 \times 10^{-3}$	0.67	1.02	1.56	5.43	0.81	0.73	1.19	4.35	0.52	2	0.142
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$4.87 \times 10^{-3}$	1.86	3.10	1.23	1.22	0.02	2.47	0.45	6.22	0.83	3	0.123
$\frac{1}{\sqrt{2}}( 0\rangle +  1\rangle)$	$1.40 \times 10^{-6}$	0.41	2.52	0.25	0.63	0.61	2.52	0.74	5.88	0.41	1	0.236
$\frac{1}{\sqrt{2}}( 0\rangle +  1\rangle)$	$5.70 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	0.00	0.82	4.71	<b>0.60</b>	6.28	0.25	3.16	0.50	1	0.274
$\frac{1}{\sqrt{2}}( 0\rangle +  1\rangle)$	$1.07 \times 10^{-3}$	0.99	4.14	0.73	4.08	0.23	4.41	0.14	1.33	0.85	2	0.097
$\frac{1}{\sqrt{2}}( 0\rangle +  1\rangle)$	$1.27 \times 10^{-3}$	0.55	2.96	0.64	4.71	0.20	2.76	0.07	5.58	0.87	3	0.026
$\frac{1}{\sqrt{5}}( 2\rangle +  2\rangle)$	$2.74 \times 10^{-3}$	0.35	6.05	0.41	4.66	1.39	6.13	0.21	0.95	0.35	1	0.159
$\frac{1}{\sqrt{5}}( 2\rangle +  2\rangle)$	$1.62 \times 10^{-3}$	1.12	1.42	0.76	4.69	0.33	0.91	0.19	6.23	0.82	2	0.085
$\frac{1}{\sqrt{5}}( 2\rangle +  2\rangle)$	$3.43 \times 10^{-3}$	1.62	4.08	0.77	3.69	0.27	4.56	0.37	0.25	0.86	3	0.054
$\frac{1}{\sqrt{17}}( 4\rangle +  3\rangle)$	$2.68 \times 10^{-3}$	0.71	5.16	0.01	1.00	0.79	4.56	0.00	0.74	0.46	1	0.229
$\frac{1}{\sqrt{17}}( 4\rangle +  3\rangle)$	$2.63 \times 10^{-3}$	1.40	2.85	0.47	1.41	0.41	3.03	0.10	6.09	0.88	2	0.073
$\frac{1}{\sqrt{17}}( 4\rangle +  3\rangle)$	$1.16 \times 10^{-4}$	2.30	6.28	0.02	4.71	0.19	6.27	0.00	1.50	0.82	3	0.037
$\frac{1}{\sqrt{17}}( 4\rangle +  3\rangle)$	$2.69 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	1.85	0.00	4.86	<b>0.60</b>	2.44	0.00	2.79	0.60	1	0.190
$\frac{1}{3}( 2\rangle + 2 1\rangle +  2\rangle)$	$3.36 \times 10^{-3}$	0.19	5.74	0.76	4.58	0.27	6.23	0.22	0.45	0.72	1	0.207
$\frac{1}{3}( 2\rangle + 2 1\rangle +  2\rangle)$	$2.24 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	3.07	0.44	1.32	<b>0.60</b>	3.05	2.20	6.23	0.44	2	0.147
$\frac{1}{3}( 2\rangle + 2 1\rangle +  2\rangle)$	$2.15 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	2.84	0.76	0.89	<b>0.60</b>	2.80	2.27	6.06	0.46	3	0.135
$\mathcal{N}( 1\rangle + 0.3 3\rangle + 0.1 5\rangle)$	$7.36 \times 10^{-4}$	1.08	0.00	0.00	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	0.60	1	0.131
$\mathcal{N}( 1\rangle + 0.3 3\rangle + 0.1 5\rangle)$	$1.10 \times 10^{-3}$	1.86	4.40	0.48	2.07	0.39	3.51	0.13	0.74	0.90	2	0.045
$\mathcal{N}( 1\rangle + 0.3 3\rangle + 0.1 5\rangle)$	$7.41 \times 10^{-4}$	0.79	0.21	0.00	0.00	0.12	2.58	0.00	0.00	0.82	3	0.019

**4.4. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereit az  $N$ -foton detektálással előállított speciális foton számállapot-szuperpozíciók esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit, azaz az  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyálábosztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

A 4.4. táblázat adatai alapján megállapíthatjuk, hogy a speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók nagy pontossággal előállíthatók az  $N$ -foton detektálást tartalmazó optikai rendszerrel. A 4.4. táblázat adatait elemezve elmondhatjuk, hogy a detektált fotonok számának növelésével csökken az előállítás valószínűsége, néhány esetben pedig az előállítási hiba nő. A páratlan fotonszámállapotokból létrehozott  $\mathcal{N}(|1\rangle + 0.3|3\rangle + 0.1|5\rangle)$  szuperpozíció páratlan számú foton detektálása esetén nagyobb pontossággal állítható elő, mint páros számú foton detektálásával, mivel ez az állapot egy kis amplitúdójú páratlan Schrödinger-macska állapothoz közelít (lásd: 4.8. fejezet) [159, 161, 162, 184]. A fotonszámállapot-szuperpozíciók előállítása során a következő tartományokon ellenőriztük a paraméterek rögzíthetőségét:  $0.4 \leq r_1, r_2, \alpha_1, \alpha_2 \leq 0.8$ . A 4.4. táblázatban a félkövérrel jelölt adatok jelentik a rögzített paramétereket. Az eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy a speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók  $N$ -foton detektálással történő előállítása esetén maximum két paraméter rögzíthető az adott paramétertartományon.

A forrásállapotok előállíthatóságát homodin mérést tartalmazó optikai rendszer esetén is megvizsgáltuk. Azt tapasztaltuk, hogy  $\chi \leq 0.12$  paraméterű forrásállapotok nagy pontossággal előállíthatók ebben a rendszerben is. Homodin mérés alkalmazásával az optikai rendszer optimális paramétereit a forrásállapotok előállítására a 4.5. táblázat tartalmazza.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$x$	$\lambda$
$ \Psi(0.6, 0.03)\rangle_{RS}$	$6.69 \times 10^{-4}$	0.46	2.99	0.07	6.26	1.15	0.28	0.02	1.35	0.30	0.23	6.13
$ \Psi(0.2i, 0.07)\rangle_{RS}$	$3.62 \times 10^{-3}$	0.11	3.20	0.15	1.15	0.39	2.04	0.07	5.40	0.55	0.69	0.54
$ \Psi(0.15, 0.1)\rangle_{RS}$	$7.28 \times 10^{-3}$	0.89	3.31	0.89	3.44	0.03	5.52	0.09	1.63	0.75	0.00	3.19
$ \Psi(0.75, 0.12)\rangle_{RS}$	$4.66 \times 10^{-3}$	2.30	3.62	1.04	5.81	0.63	6.13	0.30	3.80	0.82	0.45	6.19

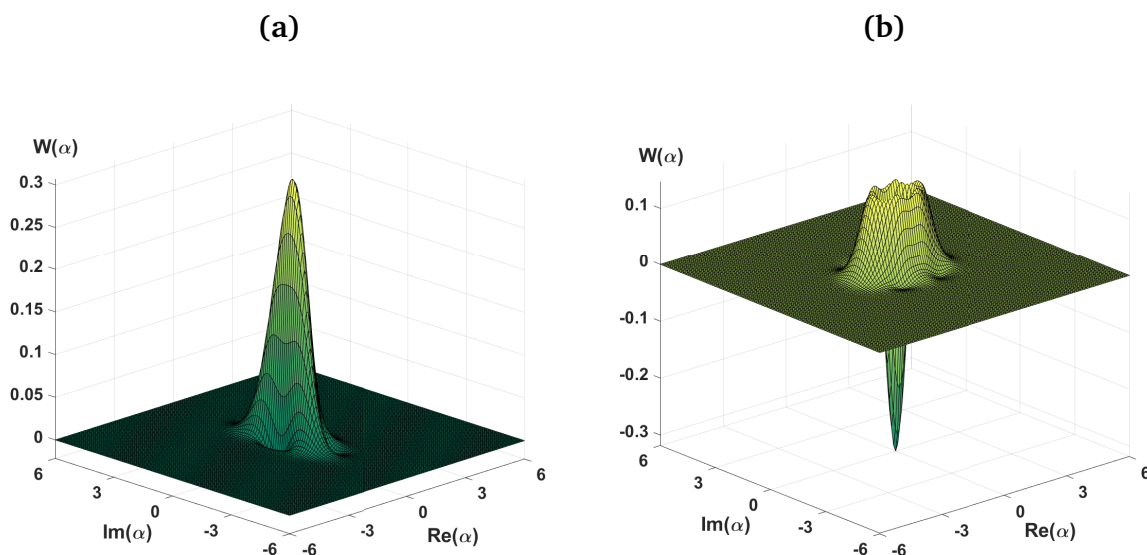
**4.5. táblázat.** *A kísérleti elrendezés optimális paramétereit a homodin mérési eljárással előállított speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit,  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), a nyalábosztó  $T$  átteresztőképessége,  $x$  és  $\lambda$  jelöli a homodin mérés kvadratúra értékét és fázisszögét.*

A 4.6. táblázat tartalmazza a 4.5. táblázatban található, az optimális paraméterek mellett előállított forrásállapotok előállítási valószínűségeit és az átlagos hibáit.

állapot	$\delta$	$P_{\text{HM}}(x^{\text{opt}}, \delta)$	$\varepsilon_{\text{átlagos}}$
$ \Psi(0.6, 0.03)\rangle_{\text{RS}}$	0.55	0.222	0.006
$ \Psi(0.2i, 0.07)\rangle_{\text{RS}}$	0.35	0.248	0.007
$ \Psi(0.15, 0.1)\rangle_{\text{RS}}$	0.30	0.122	0.009
$ \Psi(0.75, 0.12)\rangle_{\text{RS}}$	0.23	0.029	0.009

**4.6. táblázat.** A homodin mérési eljárással előállított forrásállapotok valószínűségei és az átlagos hibái. A  $\delta$  jelöli a mérési ablakot.

A  $\delta$  mérési ablakot úgy állítottuk be, hogy az átlagos hiba ne legyen nagyobb, mint  $10^{-2}$ . A 4.3. ábra egy előállított speciális fotonszámállapot-szuperpozíció és egy előállított forrásállapot Wigner-függvényeit mutatja. Az előállítás nagy pontossága miatt ezek a Wigner-függvények adott felbontás mellett gyakorlatilag megegyeznek a célállapotok Wigner-függvényeivel.



**4.3. ábra.** Az  $N$ -foton detektálással előállított  $|\Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$  forrásállapot **(a)**, és az  $\mathcal{N}(|1\rangle + 0.3|3\rangle + 0.1|5\rangle)$  fotonszámállapot-szuperpozíció **(b)** Wigner-függvénye a fázistérben. Az előállítás során meghatározott  $\varepsilon$  hibák ismeretében az előállított és a célul kitűzött ideális speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók Wigner-függvényeinek képei megegyeznek.

## 4.6. Összenyomott fotonszámállapotok előállítása

Jelen fejezetben a fotonszám-, az összenyomott fotonszám- és az eltolt összenyomott fotonszámállapotok előállításának lehetőségét vizsgáljuk részletesen a javasolt optikai elrendezésben. Az optimalizáció eredményét a kísérleti elrendezés optimális paramétereire több ilyen állapot  $N$ -foton detektálással történő feltételes előállítása esetén a 4.7. táblázatban adjuk meg.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ 1, 0, 0\rangle_{S1}$	$1.80 \times 10^{-14}$	0.88	<b>3.14</b>	0.00	0.00	0.88	<b>3.14</b>	0.00	0.00	0.50	1	0.250
$ 1, 0, 2, 0\rangle_{S1}$	$2.02 \times 10^{-14}$	0.80	0.00	0.00	0.00	0.90	0.00	0.00	0.00	0.62	1	0.247
$ 1, 0, 3, 1.571\rangle_{S1}$	$9.66 \times 10^{-14}$	<b>0.60</b>	3.60	0.00	0.00	<b>0.60</b>	2.46	0.00	0.00	0.54	1	0.165
$ 1, 0, 4, 0\rangle_{S1}$	$1.63 \times 10^{-13}$	0.91	0.00	0.00	0.00	0.65	0.00	0.00	0.00	0.85	1	0.151
$ 1, 0, 4, 2.356\rangle_{S1}$	$3.18 \times 10^{-7}$	<b>0.60</b>	3.07	0.00	0.00	<b>0.60</b>	2.48	0.00	0.00	0.84	1	0.129
$ 1, 0, 6, 1.571\rangle_{S1}$	$1.03 \times 10^{-9}$	0.77	1.57	0.00	0.00	1.01	1.57	0.00	0.00	0.84	1	0.222
$ 2, 0, 0\rangle_{S2}$	$3.17 \times 10^{-10}$	1.15	<b>3.14</b>	0.00	0.00	1.15	<b>3.14</b>	0.00	0.00	0.50	2	0.148
$ 2, 0, 3, 0\rangle_{S2}$	$1.81 \times 10^{-6}$	1.38	3.14	0.00	0.00	1.08	3.14	0.00	0.00	0.35	2	0.147
$ 2, 0, 4, 0\rangle_{S2}$	$5.56 \times 10^{-6}$	1.01	0.00	0.00	0.00	1.41	0.00	0.00	0.00	0.69	2	0.148
$ 2, 0, 6, 0\rangle_{S2}$	$5.50 \times 10^{-5}$	0.89	0.00	0.00	0.00	1.48	0.00	0.00	0.00	0.77	2	0.147
$ 2, 0, 7, 0.785\rangle_{S2}$	$7.48 \times 10^{-8}$	0.42	0.79	0.00	0.00	1.12	0.79	0.00	0.00	0.83	2	0.069
$ 3, 0, 0\rangle_{S3}$	$3.88 \times 10^{-7}$	1.32	<b>3.14</b>	0.00	0.00	1.32	<b>3.14</b>	0.00	0.00	0.50	3	0.105
$ 3, 0, 2, 0\rangle_{S3}$	$3.12 \times 10^{-9}$	1.06	3.14	0.00	0.00	0.86	3.14	0.00	0.00	0.40	3	0.074
$ 3, 0, 3, 0\rangle_{S3}$	$6.82 \times 10^{-8}$	0.90	0.00	0.00	0.00	1.20	0.00	0.00	0.00	0.65	3	0.086
$ 3, 0, 3, 2.356\rangle_{S3}$	$1.25 \times 10^{-7}$	1.22	5.50	0.00	0.00	0.92	5.50	0.00	0.00	0.35	3	0.089
$ 3, 0, 4, 0\rangle_{S3}$	$1.19 \times 10^{-8}$	1.11	3.14	0.00	0.00	0.71	3.14	0.00	0.00	0.30	3	0.060
$ 3, 0, 5, 0\rangle_{S3}$	$2.52 \times 10^{-7}$	1.19	3.14	0.00	0.00	0.69	3.14	0.00	0.00	0.26	3	0.061
$ 3, 0, 6, 1.571\rangle_{S3}$	$6.26 \times 10^{-6}$	1.30	4.71	0.00	0.00	0.70	4.71	0.00	0.00	0.22	3	0.067
$ 1, 0, 3, 0, 0, 5\rangle_{DS1}$	$7.96 \times 10^{-5}$	1.90	1.76	0.26	4.28	1.09	1.09	0.37	0.03	0.57	1	0.135
$ 1, 0, 3, 0, 1\rangle_{DS1}$	$3.49 \times 10^{-5}$	1.71	1.43	0.70	4.78	1.40	0.84	0.77	6.27	0.59	1	0.138
$ 1, 0, 6, 3.14, 0, 5i\rangle_{DS1}$	$4.51 \times 10^{-5}$	1.41	0.73	0.40	6.21	1.94	1.94	0.31	1.55	0.40	1	0.119
$ 1, 0, 4, 0, 1, 5\rangle_{DS1}$	$3.56 \times 10^{-5}$	1.37	2.56	1.21	4.71	1.83	1.87	0.82	0.06	0.35	1	0.127
$ 2, 0, 3, 1.571, 1, 2\rangle_{DS2}$	$2.10 \times 10^{-5}$	1.07	4.71	0.71	4.71	1.37	4.71	0.97	0.00	0.65	2	0.147
$ 2, 0, 3, 0.785, 1, 2\rangle_{DS2}$	$2.45 \times 10^{-5}$	1.45	3.93	0.97	4.71	1.14	3.93	0.72	0.00	0.35	2	0.144
$ 2, 0, 1, 0, 1, 4\rangle_{DS2}$	$2.47 \times 10^{-4}$	1.47	0.92	1.03	4.72	1.42	1.11	0.97	6.27	0.47	2	0.128
$ 2, 0, 6, 0, 1, 65\rangle_{DS2}$	$4.68 \times 10^{-5}$	0.75	3.15	0.78	4.71	1.35	3.15	1.45	0.00	0.78	2	0.137
$ 3, 0, 2, 0, 0, 75\rangle_{DS3}$	$5.32 \times 10^{-5}$	1.17	3.24	0.47	4.71	1.37	3.20	0.58	0.00	0.60	3	0.105
$ 3, 0, 3, 0, 1, 8\rangle_{DS3}$	$6.52 \times 10^{-4}$	1.32	0.32	1.08	4.71	1.58	0.17	1.45	0.00	0.64	3	0.103
$ 3, 0, 45, 0, 1, 35\rangle_{DS3}$	$2.34 \times 10^{-5}$	0.85	3.14	0.72	4.71	1.30	3.14	1.14	6.28	0.72	3	0.086

**4.7. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereit az  $N$ -foton detektálással előállított speciális fotonszámállapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  pedig az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit,  $r_j$ ,  $\theta_j$ ,  $\alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyálábsztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

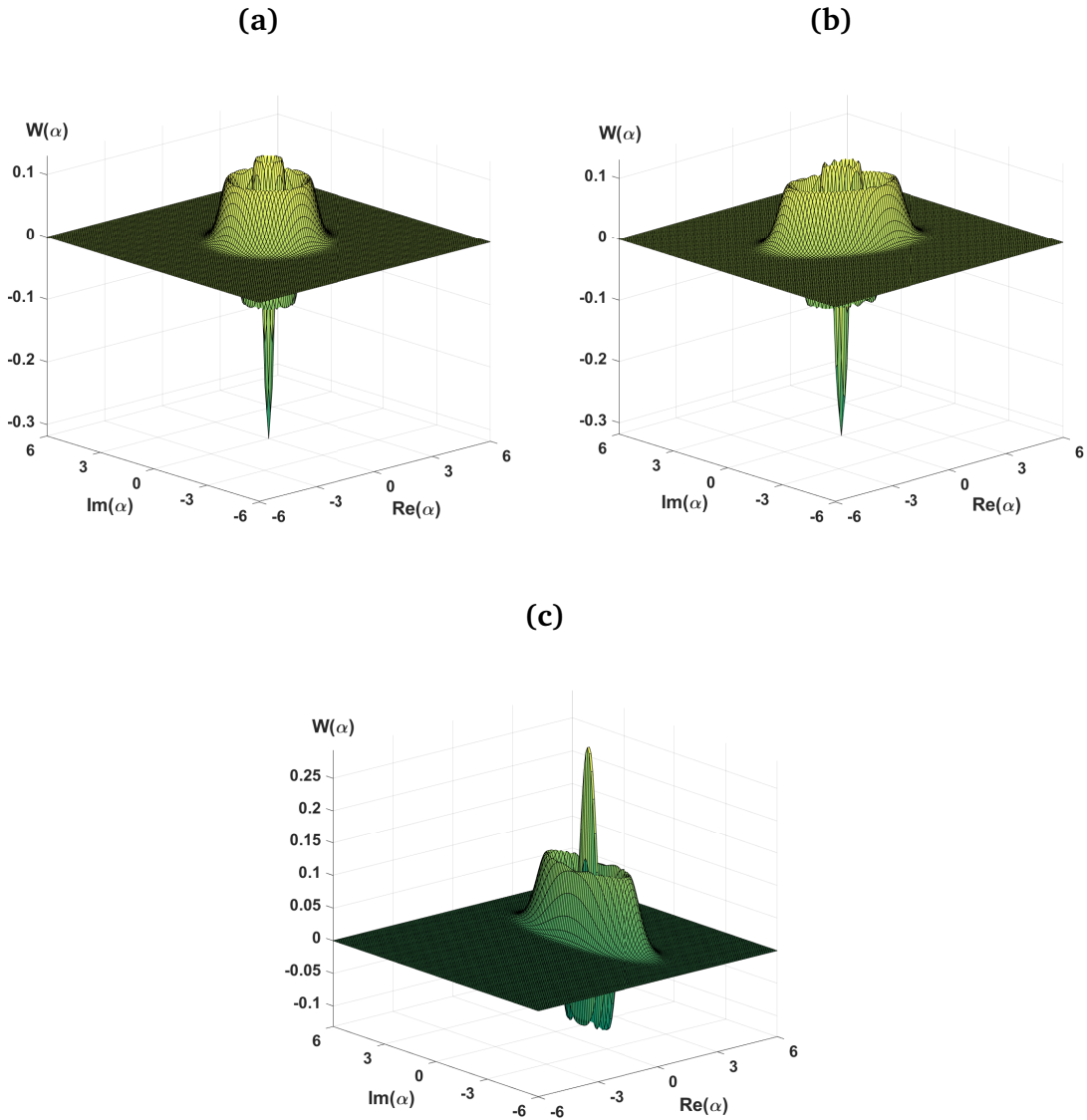
A 4.7. táblázat alapján általánosan megállapíthatjuk, hogy fotonszám-, összenyomott fotonszám- és eltolt összenyomott fotonszámállapotok nagyon nagy pontossággal előállíthatók az  $N$ -foton detektálással. A fotonszámállapotok úgy állíthatók elő, hogy az optikai rendszer bemenő állapotai ortogonálisan összenyomott vákuumállapotban vannak, és a sikeres előállítás esetén a detektált fotonok száma meg kell egyezzen a célállapot fotonszámával. Az ortogonálisan összenyomott vákuumállapotok összenyomási paraméterei megegyeznek ( $r_1 = r_2$ ). Fontos megemlíteni, hogy ortogonális összenyomásra vonatkozó fáziseltolást az optikai rendszer tartalmazza, ebből adódóan a 4.7. táblázatban található  $\theta_1$  és  $\theta_2$  összenyomási szögek megegyeznek. A kidolgozott eljárás során azt tapasztaltuk, hogy a fáziszögek nagysága nincs hatással az eredményekre. A fáziszögek értékeit  $\pi$  értékre rögzítettük a táblázatban, amely tehát egy tetszőleges választás.

A fotonszámállapotok előállítására vonatkozó eredményeket a következőképp magyarázhatjuk meg. Egy  $T = 0.5$  áteresztőképességű nyalábosztóval rendelkező optikai elrendezés kétmódusú kimenő állapota egy kétmódusú összenyomott állapot. Így az adott foton számának detektálása az egyik módusban ugyanezen fotonszámállapot létrehozását eredményezi a másik módusban. Ez a fizikai folyamat jól ismert az egyfoton előállítási elrendezésekben, amelyek a spontán parametrikus lekonverzió alapulnak [152, 153, 185–187].

Az összenyomott és eltolt összenyomott fotonszámállapotok előállításánál is figyelembe kell venni, hogy a detektált fotonok száma meg kell egyezzen a célállapot fotonszámával. Az összenyomott fotonszámállapotok a fotonszámállapotokhoz hasonlóan előállíthatók két ortogonálisan összenyomott vákuumállapottal, viszont a bemenő állapotok összenyomási szögei különböznek. A 4.7. táblázat adatai alapján megállapíthatjuk, hogy néhány esetben az egyik bemenő állapot összenyomási szöge megegyezik a célállapot összenyomási fáziszögével. Eltolt összenyomott fotonszámállapotok nagy pontosságú előállításához az optikai rendszer bemenő állapotainak összenyomott koherens állapotban kell lenniük.

A 4.7. táblázatban a félkövérrel jelölt adatok jelentik a rögzített paramétereket. A fotonszám-, az összenyomott fotonszám-, valamint az eltolt összenyomott fotonszámállapotok előállítása során a következő tartományokon ellenőriztük a paraméterek rögzíthetőségét:  $0.4 \leq r_1, r_2 \leq 0.8$ , és  $0 \leq \theta_1, \phi_1 \leq \pi$ .

A 4.4 ábrán néhány előállított speciális fotonszámállapot Wigner-függvényeit látjuk. Az előállítás nagy pontossága miatt ezek a Wigner-függvények adott felbontás mellett gyakorlatilag megegyeznek az ideális célállapotok Wigner-függvényeivel.



**4.4. ábra.** Az  $N$ -foton detektálással előállított  $|3, 0, 0\rangle_{S3}$  fotonszámállapot **(a)**,  $|3, 0.3, 2.356\rangle_{S3}$  összenyomott fotonszámállapot **(b)**, és  $|2, 0.6, 0, 1.65\rangle_{DS2}$  eltolt összenyomott fotonszámállapot **(c)** Wigner-függvénye a fázistéren. Az előállítás során meghatározott  $\varepsilon$  hibák ismeretében az előállított és a célul kitűzött ideális fotonszám-, összenyomott fotonszám- és eltolt összenyomott fotonszámállapotok Wigner-függvényeinek képei megegyeznek.



## 4.7. Amplitúdó-összenyomott állapotok előállítása

Jelen fejezetben az amplitúdó-összenyomott állapotok előállításának lehetőségét vizsgáljuk részletesen a javasolt optikai elrendezésben. Az optimalizáció eredményét a kísérleti elrendezés optimális paramétereire több ilyen állapot  $N$ -foton detektálással történő feltételes előállítása esetén a 4.8. táblázatban adjuk meg.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ 1, 0.5, 1\rangle_{\text{AS}}$	$2.45 \times 10^{-7}$	<b>0.60</b>	2.32	0.09	5.89	<b>0.60</b>	2.30	0.20	5.86	0.50	1	0.210
$ 1, 0.5, 1\rangle_{\text{AS}}$	$2.40 \times 10^{-7}$	0.37	0.68	0.14	5.02	0.71	0.67	0.09	4.98	0.37	1	0.167
$ 1, 1, 1\rangle_{\text{AS}}$	$2.07 \times 10^{-4}$	0.45	1.05	0.76	5.22	0.50	0.86	0.42	5.18	0.51	1	0.258
$ 1, 1, 1\rangle_{\text{AS}}$	$2.21 \times 10^{-4}$	<b>0.60</b>	3.91	0.48	3.51	<b>0.60</b>	4.06	1.06	0.46	0.47	1	0.270
$ 1, 2, 1\rangle_{\text{AS}}$	$1.18 \times 10^{-3}$	0.26	4.08	0.12	2.74	0.34	5.53	1.44	0.16	0.47	1	0.378
$ 1, 5, 1\rangle_{\text{AS}}$	$8.79 \times 10^{-4}$	<b>0.50</b>	5.61	1.20	5.52	<b>0.50</b>	5.71	1.12	5.15	0.65	1	0.256
$ 1, 6, 1\rangle_{\text{AS}}$	$1.49 \times 10^{-4}$	0.36	2.12	0.40	2.53	0.35	1.63	1.67	6.28	0.50	1	0.271
$ \sqrt{2}, 0.5, 2\rangle_{\text{AS}}$	$2.94 \times 10^{-1}$	<b>0.35</b>	4.28	0.55	4.40	<b>0.55</b>	5.71	0.55	0.20	0.60	1	0.108
$ \sqrt{2}, 1, 2\rangle_{\text{AS}}$	$2.13 \times 10^{-2}$	1.80	2.99	0.91	5.90	0.26	2.80	1.02	6.21	0.62	1	0.150
$ \sqrt{2}, 4, 2\rangle_{\text{AS}}$	$1.27 \times 10^{-4}$	0.24	2.43	0.72	5.30	0.06	6.28	1.15	6.02	0.79	1	0.142
$ \sqrt{3}, 0.2, 3\rangle_{\text{AS}}$	$5.39 \times 10^{-1}$	<b>0.50</b>	2.47	0.60	5.03	<b>0.50</b>	0.40	0.91	6.28	0.75	1	0.051
$ \sqrt{3}, 0.5, 3\rangle_{\text{AS}}$	$3.83 \times 10^{-1}$	1.78	2.90	0.93	5.65	0.24	0.33	0.99	6.23	0.75	1	0.053
$ \sqrt{3}, 1, 3\rangle_{\text{AS}}$	$5.64 \times 10^{-2}$	1.48	2.90	0.81	5.60	0.14	0.54	1.10	6.22	0.75	1	0.091
$ \sqrt{3}, 3, 3\rangle_{\text{AS}}$	$3.40 \times 10^{-4}$	1.99	3.26	0.19	3.65	0.17	3.51	2.16	0.03	0.73	1	0.136
$ \sqrt{3}, 5, 3\rangle_{\text{AS}}$	$1.65 \times 10^{-4}$	0.56	3.81	0.02	3.15	0.17	4.64	2.05	0.07	0.74	1	0.389
$ \sqrt{2}, 0.2, 2\rangle_{\text{AS}}$	$1.65 \times 10^{-6}$	1.41	6.21	0.00	0.00	1.41	6.21	0.00	0.00	0.50	2	0.133
$ \sqrt{2}, 0.5, 2\rangle_{\text{AS}}$	$1.81 \times 10^{-5}$	1.18	3.64	0.15	3.35	1.16	3.65	0.55	0.25	0.50	2	0.148
$ \sqrt{2}, 1, 2\rangle_{\text{AS}}$	$3.09 \times 10^{-4}$	0.74	0.01	1.42	4.71	0.95	6.28	0.02	3.79	0.50	2	0.175
$ \sqrt{2}, 4, 2\rangle_{\text{AS}}$	$1.87 \times 10^{-4}$	<b>0.40</b>	5.19	0.45	2.59	<b>0.40</b>	6.07	1.93	0.20	0.61	2	0.265
$ \sqrt{3}, 0.2, 3\rangle_{\text{AS}}$	$4.08 \times 10^{-1}$	1.80	5.84	0.54	2.09	0.94	5.91	1.09	4.50	0.41	2	0.122
$ \sqrt{3}, 0.5, 3\rangle_{\text{AS}}$	$2.75 \times 10^{-1}$	1.19	1.55	1.56	5.37	1.46	1.14	1.32	5.53	0.56	2	0.117
$ \sqrt{3}, 1, 3\rangle_{\text{AS}}$	$5.69 \times 10^{-2}$	<b>0.40</b>	4.57	0.63	3.82	<b>0.50</b>	6.07	1.10	6.28	0.79	2	0.043
$ \sqrt{3}, 3, 3\rangle_{\text{AS}}$	$7.19 \times 10^{-4}$	<b>0.50</b>	2.07	0.35	4.17	<b>0.60</b>	0.63	2.13	0.04	0.44	2	0.283
$ \sqrt{3}, 5, 3\rangle_{\text{AS}}$	$6.96 \times 10^{-4}$	<b>0.50</b>	1.93	2.16	4.47	<b>0.50</b>	1.11	0.77	1.05	0.62	2	0.227
$ \sqrt{2}, 0.5, 2\rangle_{\text{AS}}$	$1.35 \times 10^{-1}$	<b>0.35</b>	6.02	0.26	4.49	<b>0.55</b>	5.95	0.29	2.92	0.46	3	0.014
$ \sqrt{2}, 1, 2\rangle_{\text{AS}}$	$1.37 \times 10^{-2}$	1.86	2.89	1.34	0.25	0.27	2.70	1.42	6.16	0.71	3	0.102
$ \sqrt{2}, 4, 2\rangle_{\text{AS}}$	$8.52 \times 10^{-4}$	<b>0.40</b>	2.82	0.49	0.83	<b>0.40</b>	2.85	1.99	6.15	0.60	3	0.202
$ \sqrt{3}, 0.2, 3\rangle_{\text{AS}}$	$4.99 \times 10^{-7}$	1.33	2.15	0.00	0.00	1.33	2.15	0.00	0.00	0.50	3	0.106
$ \sqrt{3}, 0.5, 3\rangle_{\text{AS}}$	$3.24 \times 10^{-5}$	0.95	3.73	0.09	3.44	0.93	3.73	0.30	0.29	0.50	3	0.075
$ \sqrt{3}, 1, 3\rangle_{\text{AS}}$	$3.62 \times 10^{-4}$	1.13	3.16	0.02	2.32	0.91	3.16	1.77	0.01	0.50	3	0.126
$ \sqrt{3}, 3, 3\rangle_{\text{AS}}$	$6.28 \times 10^{-4}$	<b>0.55</b>	2.45	2.42	4.54	<b>0.55</b>	1.14	0.68	1.74	0.55	3	0.183
$ \sqrt{3}, 5, 3\rangle_{\text{AS}}$	$1.29 \times 10^{-3}$	<b>0.45</b>	0.14	2.31	4.33	<b>0.45</b>	5.78	0.88	1.01	0.58	3	0.207

**4.8. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereai az  $N$ -foton detektálással előállított amplitúdó-összenyomott állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereai,  $r_j$ ,  $\theta_j$ ,  $\alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyálábosztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

A táblázatban szereplő eredmények azt mutatják, hogy a  $\delta = \alpha_0^2$  paraméterű illesztett amplitúdó-összenyomott állapotok általában akkor állíthatók elő nagy pontossággal, ha a  $\delta$  paraméter megegyezik a detektált fotonok számával. A  $|\sqrt{2}, u, 2\rangle_{AS}$ , illetve a  $|\sqrt{3}, u, 3\rangle_{AS}$  amplitúdó-összenyomott állapotok előállíthatóságát megvizsgáltuk  $N = 1$  és  $3$ , illetve  $N = 1$  és  $2$  foton detektálásával is. Az eredményekből láthatjuk, hogy  $u < 1$  esetben az általános szabály érvényes, tehát  $N = \delta$ , azaz az  $N = 3$  vezet jobb eredményre. Az  $u > 1$  esetben pedig az  $N = 1$  mérés vezet jobb eredményre. Ez az eredmény érthető, hiszen  $u < 1$  esetben az amplitúdó-összenyomott állapot  $\delta = n$  számú fotonszámállapothoz van közel.

Amplitúdó-összenyomott állapotok előállítása során a következő tartományokon ellenőriztük a paraméterek rögzíthetőségét:  $0.3 \leq r_1, r_2, \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$ . A 4.8. táblázatban a félkövérrel jelölt adatok jelentik a rögzített paramétereket. Az eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy az amplitúdó-összenyomott állapotok előállítása esetén két paraméter rögzíthető az adott paramétertartományokon. Az amplitúdó-összenyomott állapotok előállíthatóságát homodin mérést tartalmazó optikai rendszer esetén is megvizsgáltuk. Azt tapasztaltuk, hogy  $u > 1$  paraméterű amplitúdó-összenyomott állapotok nagy pontossággal előállíthatók a homodin méréssel is, mert az amplitúdó-összenyomott állapot ebben a tartományban egy Gauss-állapothoz közelít. Homodin mérés alkalmazásával az optikai rendszer optimális paramétereit az ilyen nemklasszikus állapotok előállítására a 4.9. táblázat tartalmazza.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$x$	$\lambda$
$ 1, 2, 1\rangle_{AS}$	$1.22 \times 10^{-3}$	0.37	1.61	1.29	2.40	0.23	0.86	1.78	0.36	0.70	1.71	3.10
$ 1, 5, 1\rangle_{AS}$	$2.71 \times 10^{-6}$	0.94	0.41	0.69	5.21	0.25	0.50	0.49	5.52	0.62	1.26	5.06
$ 1, 6, 1\rangle_{AS}$	$7.25 \times 10^{-7}$	<b>0.60</b>	2.49	<b>1.00</b>	4.22	<b>0.75</b>	3.09	<b>0.70</b>	0.47	0.70	0.87	4.25
$ \sqrt{2}, 2, 2\rangle_{AS}$	$6.42 \times 10^{-3}$	<b>0.45</b>	6.16	<b>0.50</b>	5.70	<b>0.70</b>	0.03	<b>0.85</b>	5.77	0.38	0.41	4.76
$ \sqrt{2}, 4, 2\rangle_{AS}$	$9.11 \times 10^{-5}$	1.12	3.74	1.30	5.75	0.10	4.05	0.91	0.29	0.68	0.99	3.25
$ \sqrt{3}, 3, 3\rangle_{AS}$	$1.55 \times 10^{-3}$	0.99	2.74	1.08	3.78	0.09	0.82	1.43	6.21	0.65	0.58	6.23
$ \sqrt{3}, 5, 3\rangle_{AS}$	$5.78 \times 10^{-5}$	<b>0.60</b>	5.14	<b>1.00</b>	4.53	<b>0.75</b>	4.61	<b>0.70</b>	4.72	0.68	0.79	2.83

**4.9. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereit a homodin mérési eljárással előállított amplitúdó-összenyomott állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit,  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), a nyalábosztó  $T$  átteresztőképessége,  $x$  és  $\lambda$  jelöli a homodin mérés kvadratúra értékét és fázisszögét.

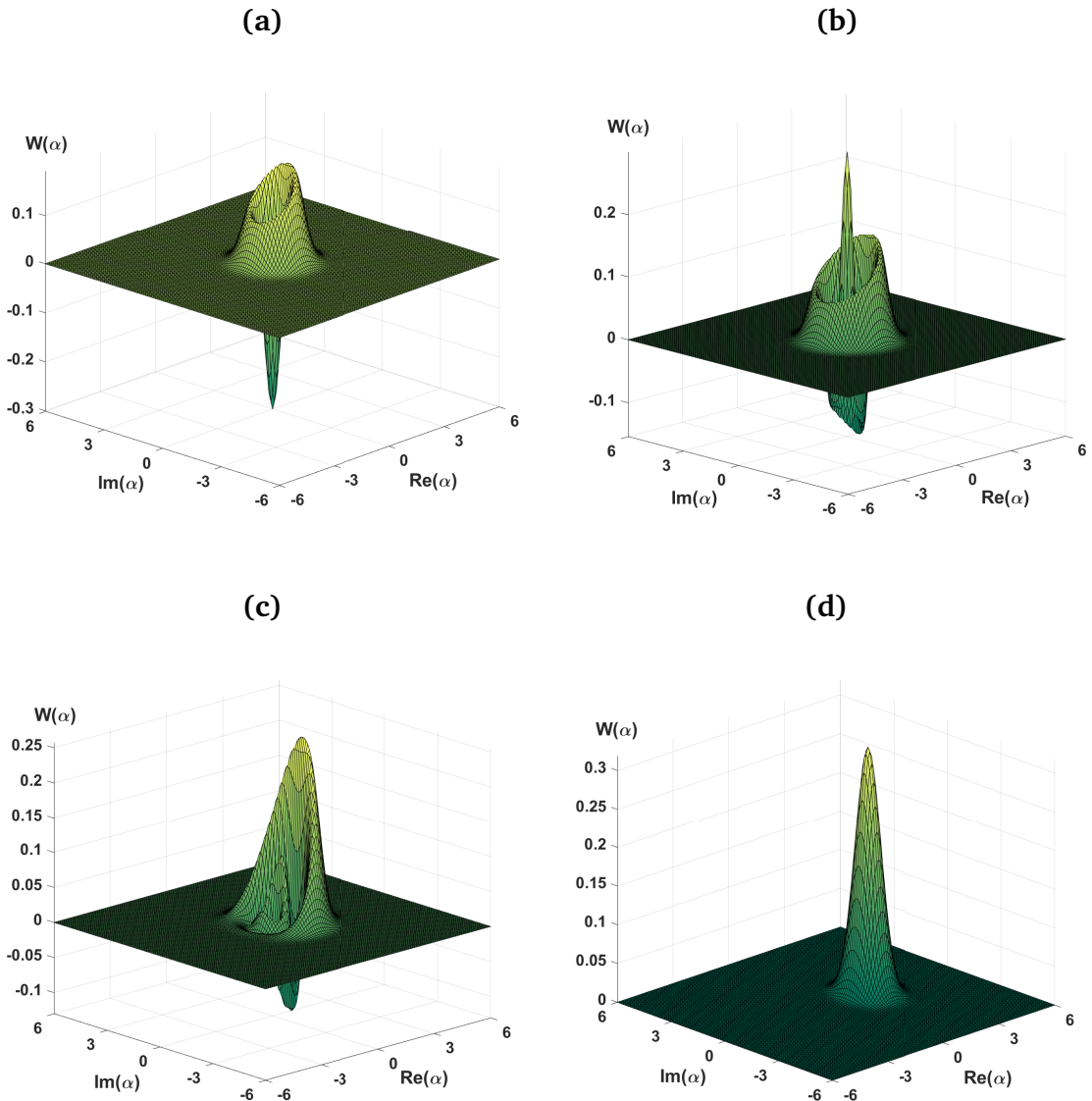
A 4.10. táblázat tartalmazza a 4.9. táblázatban található amplitúdó-összenyomott állapotok előállítási valószínűségeit és az átlagos hibáit. A  $\delta$  mérési ablakot úgy állítottuk be, hogy az átlagos hiba ne legyen nagyobb, mint  $10^{-2}$ .

állapot	$\delta$	$P_{\text{HM}}(x^{\text{opt}}, \delta)$	$\epsilon_{\text{átlagos}}$
$ 1, 2, 1\rangle_{\text{AS}}$	0.40	0.366	0.007
$ 1, 5, 1\rangle_{\text{AS}}$	0.30	0.105	0.008
$ 1, 6, 1\rangle_{\text{AS}}$	0.17	0.081	0.009
$ \sqrt{2}, 2, 2\rangle_{\text{AS}}$	0.10	0.103	0.009
$ \sqrt{2}, 4, 2\rangle_{\text{AS}}$	0.40	0.089	0.009
$ \sqrt{3}, 3, 3\rangle_{\text{AS}}$	0.40	0.132	0.008
$ \sqrt{3}, 5, 3\rangle_{\text{AS}}$	0.16	0.097	0.008

**4.10. táblázat.** *A homodin mérési eljárással előállított amplitúdó-összenyomott állapotok valószínűségei és az átlagos hibái. A  $\delta$  jelöli a mérési ablakot.*

Az eredményekből megállapíthatjuk, hogy az amplitúdó-összenyomott állapotok homodin méréssel történő előállítása esetén négy paraméter rögzíthető az adott paramétertartományokon. A rögzíthetőségi tartomány megegyezik a 4.8. táblázatnál megadottal.

A 4.5. ábrán néhány előállított amplitúdó-összenyomott állapot Wigner-függvényeit látjuk. Az előállítás nagy pontossága miatt ezek a Wigner-függvények adott felbontás mellett gyakorlatilag megegyeznek az ideális állapotok Wigner-függvényeivel.



**4.5. ábra.** Az  $N$ -foton detektálással előállított  $|1, 0.5, 1\rangle_{AS}$  **(a)**,  $|\sqrt{2}, 0.5, 2\rangle_{AS}$  **(b)**,  $|\sqrt{3}, 1, 3\rangle_{AS}$  **(c)** és  $|\sqrt{3}, 5, 3\rangle_{AS}$  amplitúdó-összenyomott állapot **(d)** Wigner-függvénye a fázistérben. Az előállítás során meghatározott  $\varepsilon$  hibák ismeretében az előállított és a célul kitűzött ideális amplitúdó-összenyomott állapotok Wigner-függvényeinek képei megegyeznek.

A 4.5d. ábrán láthatjuk, hogy a  $|\sqrt{3}, 5, 3\rangle_{AS}$  amplitúdó-összenyomott állapot egy Gauss-állapothoz közelít, így könnyen belátható, hogy ez az állapot nagyobb pontossággal állítható elő a homodin méréssel, mint az  $N$ -foton detektálással.

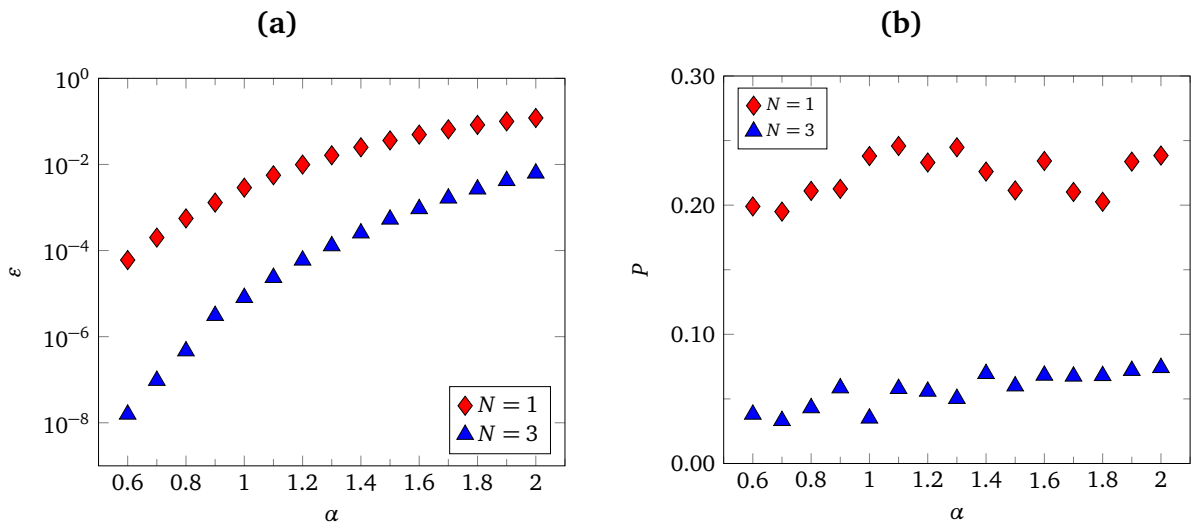
## 4.8. Schrödinger-macska állapotok előállítása

Ebben a fejezetben a Schrödinger- és összenyomott Schrödinger-macska állapotok előállításának lehetőségét vizsgáljuk részletesen a javasolt optikai elrendezésben. Az optimalizáció eredményét a kísérleti elrendezés optimális paramétereire több ilyen állapot  $N$ -foton detektálással történő feltételes előállítása esetén a 4.11. táblázatban adjuk meg.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ 0.6, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$6.01 \times 10^{-5}$	<b>0.60</b>	5.27	0.00	0.00	<b>0.60</b>	4.86	0.00	0.00	0.46	1	0.199
$ 0.6, 0.5, 1.571\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$6.01 \times 10^{-5}$	0.66	5.16	0.00	0.00	0.71	0.38	0.00	0.00	0.19	1	0.110
$ 0.7, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.00 \times 10^{-4}$	<b>0.60</b>	4.43	0.00	0.00	<b>0.60</b>	3.92	0.00	0.00	0.58	1	0.195
$ 0.7, 0.6, 0.7854\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.00 \times 10^{-4}$	0.19	3.78	0.00	0.00	0.84	1.05	0.00	0.00	0.58	1	0.069
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$5.58 \times 10^{-4}$	1.18	3.14	0.00	0.00	1.24	3.14	0.00	0.00	0.62	1	0.211
$ 0.8, 0.5, 1.571\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$5.58 \times 10^{-4}$	0.14	0.40	0.00	0.00	0.72	1.85	0.00	0.00	0.82	1	0.074
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.89 \times 10^{-3}$	1.11	0.00	0.00	0.00	0.20	0.00	0.00	0.00	0.50	1	0.169
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.89 \times 10^{-3}$	0.54	3.14	0.00	0.00	1.14	3.14	0.00	0.00	0.61	1	0.238
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.89 \times 10^{-3}$	<b>0.60</b>	0.91	0.00	0.00	<b>0.60</b>	2.10	0.00	0.00	0.48	1	0.162
$ 1, 0.5, 2.356\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.89 \times 10^{-3}$	0.22	0.64	0.00	0.00	1.14	2.50	0.00	0.00	0.77	1	0.137
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$9.91 \times 10^{-3}$	0.94	0.00	0.00	0.00	0.60	0.00	0.00	0.00	0.26	1	0.233
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.50 \times 10^{-2}$	1.00	3.14	0.00	0.00	1.08	3.14	0.00	0.00	0.81	1	0.226
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.50 \times 10^{-2}$	0.68	0.00	0.00	0.00	0.42	0.00	0.00	0.00	0.10	1	0.100
$ 1.6, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.97 \times 10^{-2}$	0.63	3.14	0.00	0.00	1.11	3.14	0.00	0.00	0.83	1	0.234
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$8.57 \times 10^{-6}$	0.10	3.14	0.00	0.00	0.88	3.14	0.00	0.00	0.27	2	0.103
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$9.79 \times 10^{-5}$	0.15	3.14	0.00	0.00	1.82	3.14	0.00	0.00	0.30	2	0.092
$ 1.1, 0.45, 0.785\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$2.61 \times 10^{-4}$	1.61	5.40	0.00	0.00	0.44	0.37	0.00	0.00	0.72	2	0.103
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$6.08 \times 10^{-4}$	0.19	3.14	0.00	0.00	1.48	3.14	0.00	0.00	0.40	2	0.105
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$2.42 \times 10^{-3}$	0.19	3.14	0.00	0.00	1.15	3.14	0.00	0.00	0.51	2	0.095
$ 1.4, 0.75, 2.094\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$2.45 \times 10^{-3}$	0.15	4.02	0.00	0.00	1.42	2.30	0.00	0.00	0.85	2	0.098
$ 1.6, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(+)}$	$6.93 \times 10^{-3}$	0.22	3.14	0.00	0.00	1.35	3.14	0.00	0.00	0.56	2	0.103
$ 0.6, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.57 \times 10^{-8}$	1.26	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.88	3	0.038
$ 0.7, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$9.56 \times 10^{-8}$	0.91	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00	0.83	3	0.033
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.63 \times 10^{-7}$	0.10	3.14	0.00	0.00	1.00	3.14	0.00	0.00	0.20	3	0.043
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$6.42 \times 10^{-6}$	0.14	3.14	0.00	0.00	1.50	3.14	0.00	0.00	0.25	3	0.063
$ 1.1, 0.45, 0.785\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.83 \times 10^{-5}$	1.07	5.19	0.00	0.00	0.44	0.37	0.00	0.00	0.72	3	0.055
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.81 \times 10^{-5}$	0.15	3.14	0.00	0.00	0.80	3.14	0.00	0.00	0.40	3	0.028
$ 1.2, 0.5, 1.571\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.81 \times 10^{-5}$	1.56	5.35	0.00	0.00	0.34	0.88	0.00	0.00	0.54	3	0.067
$ 1.3, 0.8, 0.785\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.14 \times 10^{-4}$	1.39	4.59	0.00	0.00	0.65	0.26	0.00	0.00	0.54	3	0.068
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.48 \times 10^{-4}$	0.22	3.14	0.00	0.00	1.63	3.14	0.00	0.00	0.39	3	0.071
$ 1.6, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$9.23 \times 10^{-4}$	0.23	3.14	0.00	0.00	1.23	3.14	0.00	0.00	0.48	3	0.061
$ 1.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.68 \times 10^{-3}$	0.28	3.14	0.00	0.00	1.86	3.14	0.00	0.00	0.51	3	0.071
$ 2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$6.22 \times 10^{-3}$	0.28	3.14	0.00	0.00	1.46	3.14	0.00	0.00	0.58	3	0.070

**4.11. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereai az  $N$ -foton detektálással előállított Schrödinger-macska állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereai,  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyálábosztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

A 4.11. táblázat alapján láthatjuk, hogy  $N = 2$  foton detektálásával páros Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok,  $N = 1$  és 3 foton detektálása esetén páratlan Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok állíthatók elő nagy pontossággal. A 4.11. táblázatban szereplő adatok alapján elmondhatjuk, hogy adott  $N$ -foton detektálása esetén a Schrödinger-macska állapotok koherens amplitúdójának növelésével az előállítás során meghatározott  $\varepsilon$  hiba értéke növekszik. Páratlan Schrödinger-macska állapotok esetén a detektált fotonok számának növelésével csökkenthetjük az előállítási hibát, azaz pontosabban állíthatunk elő magasabb koherens amplitúdójú páratlan Schrödinger-macska állapotokat. A detektált fotonok számának növelésével az előállítás valószínűsége csökken. A 4.6. ábrán ábrázoltuk az előállított páratlan Schrödinger-macska állapotok előállítási hibáinak és az előállítás valószínűségeinek változását a Schrödinger-macska állapotok  $\alpha$  koherens amplitúdójának függvényében.



**4.6. ábra.** Az  $N$ -foton detektálással előállított páratlan Schrödinger-macska állapotok  $\varepsilon$  hibáinak (a) és az előállítás valószínűségeinek (b) változása az  $\alpha$  páratlan Schrödinger-macska állapotok koherens amplitúdójának függvényében.

A meghatározott adatok elemzésekor megállapíthatjuk, hogy a Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok előállíthatók úgy, hogy az optikai rendszer bemenő állapotai összenyomott vákuumállapotban vannak. Schrödinger-macska állapotok feltételes előállítására tettek olyan javaslatot, ahol a bemenő állapotok egyike összenyomott vákuum-

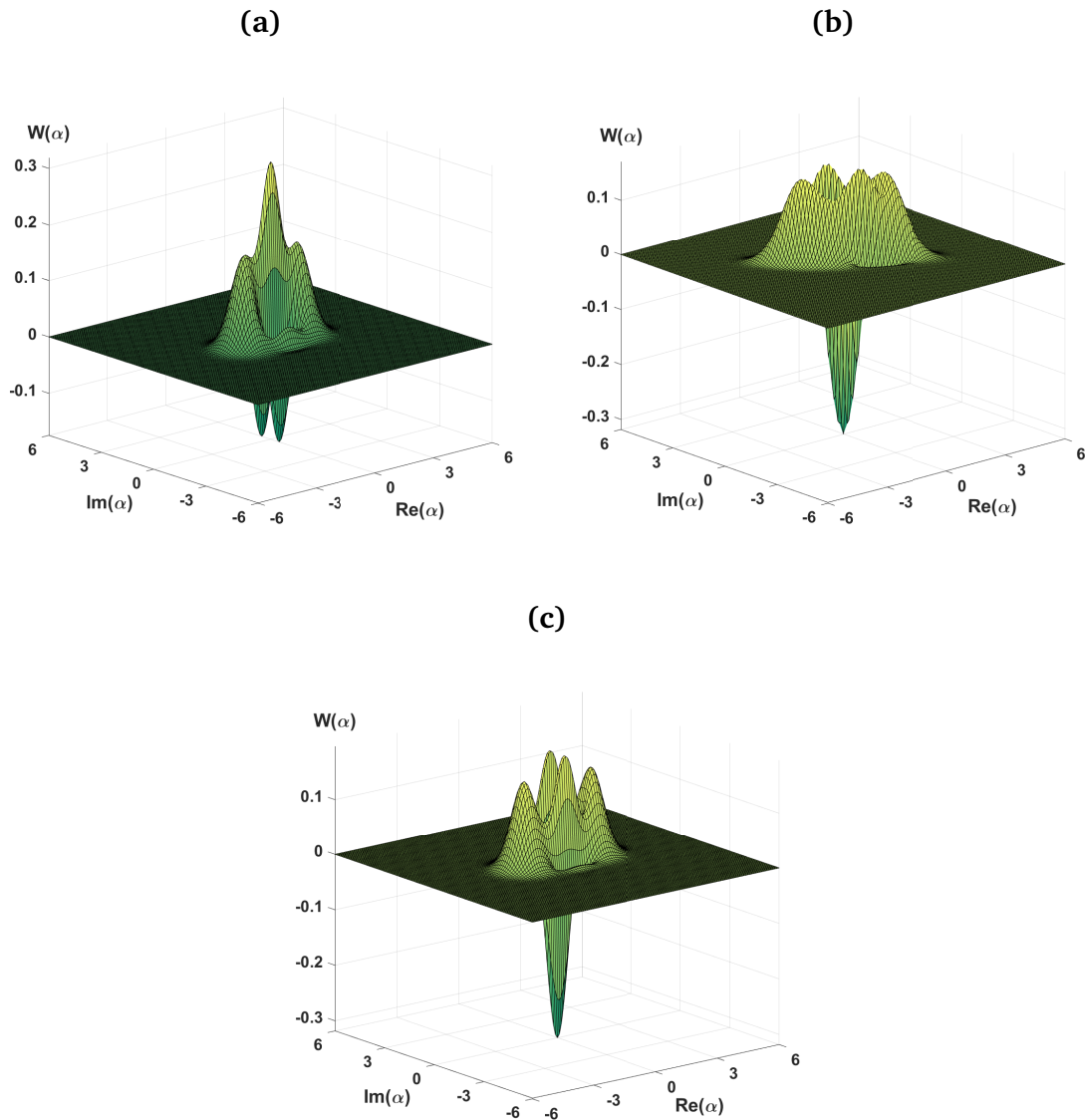
állapotban, míg a másik vákuumállapotban van [114]. Egy másik javasolt optikai elrendezésben a bemenő állapotok összenyomott vákuumállapotban vannak, és az összenyomási paraméterük megegyezik [116]. Az említett elrendezések reprodukálásához a kidolgozott eljárásunkat úgy módosítjuk, hogy az első esetben az optikai elrendezés  $r_2$  összenyomási paraméterét zérus értékre állítjuk be, a második esetben pedig a két bemenő állapot összenyomási paraméterét egyenlővé tesszük. Az említett rögzítések mellett az optikai rendszer optimális paramétereit páratlan Schrödinger-macska állapotok előállítására a 4.12. táblázatban találhatjuk.

állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$5.58 \times 10^{-4}$	0.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.50	1	0.040
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$5.58 \times 10^{-4}$	0.91	0.00	0.00	0.00	0.91	0.00	0.00	0.00	0.36	1	0.119
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.89 \times 10^{-3}$	0.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.28	1	0.038
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.89 \times 10^{-3}$	0.80	0.00	0.00	0.00	0.80	0.00	0.00	0.00	0.27	1	0.097
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$9.91 \times 10^{-3}$	1.23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.52	1	0.124
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$9.91 \times 10^{-3}$	0.73	0.00	0.00	0.00	0.73	0.00	0.00	0.00	0.18	1	0.071
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.50 \times 10^{-2}$	0.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.28	1	0.105
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.50 \times 10^{-2}$	1.12	0.00	0.00	0.00	1.12	0.00	0.00	0.00	0.19	1	0.138
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$2.04 \times 10^{-4}$	1.93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.87	3	0.033
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.27 \times 10^{-4}$	0.40	3.14	0.00	0.00	0.40	3.14	0.00	0.00	0.91	3	0.002
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.08 \times 10^{-3}$	2.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.80	3	0.041
$ 1, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.18 \times 10^{-3}$	0.58	3.14	0.00	0.00	0.58	3.14	0.00	0.00	0.92	3	0.006
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$3.85 \times 10^{-3}$	2.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.73	3	0.048
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$5.64 \times 10^{-3}$	0.75	3.14	0.00	0.00	0.75	3.14	0.00	0.00	0.93	3	0.011
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.01 \times 10^{-2}$	2.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.65	3	0.054
$ 1.4, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$1.72 \times 10^{-2}$	0.91	3.14	0.00	0.00	0.91	3.14	0.00	0.00	0.94	3	0.014

**4.12. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereit az  $N$ -foton detektálással előállított Schrödinger-macska állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  pedig az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit,  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyálábsztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

A 4.12. táblázat adatai alapján megállapíthatjuk, hogy a kidolgozott eljárásunk optimalizálása esetén nagyobb pontossággal állíthatunk elő Schrödinger-macska állapotokat, mint az említett kísérleti elrendezések alkalmazásával. A 4.11. táblázatban szereplő, félkövérrel jelölt adatok jelentik a rögzített paramétereket. A Schrödinger-macska és az összenyomott Schrödinger-macska állapotok előállítása során a következő tartományokon ellenőriztük a paraméterek rögzíthetőségét:  $0.4 \leq r_1, r_2 \leq 0.8$  és  $0 \leq \theta_1, \phi_1 \leq \pi$ .

A 4.7. ábrán néhány előállított Schrödinger-macska, valamint összenyomott Schrödinger-macska állapotok Wigner-függvényeit láthatjuk. Az előállítás nagy pontossága miatt ezek a Wigner-függvények adott felbontás mellett gyakorlatilag megegyeznek az ideális állapotok Wigner-függvényeivel.



**4.7. ábra.** Az  $N$ -foton detektálással előállított  $|1.4, 0, 0\rangle_{SM}^{(+)}$  páros Schrödinger-macska állapot **(a)**,  $|1.2, 0.5, 1.571\rangle_{SM}^{(-)}$  páratlan összenyomott Schrödinger-macska állapot **(b)**, és  $|1.6, 0, 0\rangle_{SM}^{(-)}$  páratlan Schrödinger-macska állapot **(c)** Wigner-függvénye a fázistéren. Az előállítás során meghatározott  $\varepsilon$  hibák ismeretében az előállított és a célul kitűzött ideális Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok Wigner-függvényei megegyeznek.



## 4.9. Pareto-optimalizáció

Ebben a szakaszban megvizsgáljuk a másik lehetséges optimalizációs eljárást. A nemklasszikus állapotok feltételes előállítására kifejlesztett optikai rendszerek esetében kísérleti szempontból mind az előállítás hibája, mind annak valószínűsége nagy fontossággal bír, így célszerű lehet olyan optimalizációs eljárást használni, amely a formulákkal leírt problémát (jelen esetben a kérdéses optikai rendszert és annak paramétereit) egyszerre képes több célfüggvényre optimalizálni. Az ilyen többkritériumos optimalizációt Pareto-optimalizációnak nevezzük. Szemben az egy célfüggvényes optimalizációval, a Pareto-optimalizáció esetén nem feltétlenül egyetlen optimális érték található; például két célfüggvény esetén a célfüggvények terében az optimális értékek általában egy görbe mentén helyezkednek el, három célfüggvénytől egy felület kapható. A megoldást akkor nevezik Pareto-optimálisnak, ha egyik célfüggvény sem javítható bármely másik célfüggvény rontása nélkül.

A MATLAB programozási rendszerben Pareto-optimalizációhoz is létezik előre definiált függvény (`gamultiobj`), mely alapvetően ugyanazon az elven működik, mint a szimpla genetikusan algoritmus, eltekintve attól, hogy a függvény kimenetén a fent említett Pareto-optimális megoldások halmazát kapjuk. Ezeket esetünkben, két célfüggvény esetén vagy Pareto-frontként, a két célfüggvény terében ábrázolhatjuk, vagy táblázatszerűen mutathatjuk be a célfüggvények közötti átmenetet/egyensúlyt (tradeoff), de ezenkívül lehetőségünk van a kapott értékek valamelyikének egy további szempont szerinti kiválasztására, megkülönböztetésére. Ezenkívül a MATLAB lehetővé teszi, hogy már az optimalizáció folyamata során limitáljuk a megoldásokat adott szempont szerint; például esetünkben elvárhatjuk, hogy az előállítás hibája alacsonyabb és (vagy) az előállítási valószínűség magasabb legyen egy adott értéknél.

Az eljárásunk célfüggvényei tehát egyidejűleg az előállítás hibája és valószínűsége, ezt a két célfüggvényt optimalizáljuk a genetikusan algoritmus alkalmazásával. A 4.13. táblázatban az optikai rendszer optimális paramétereit láthatjuk néhány előállított nemklasszikus állapot esetén.

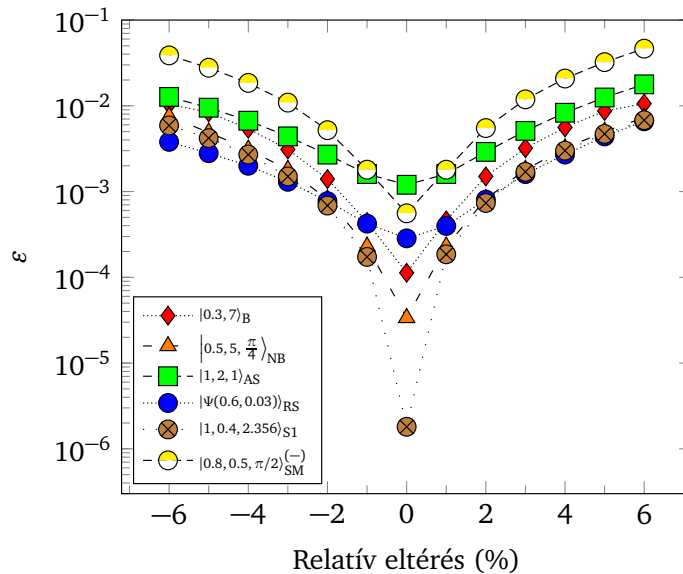
állapot	$\varepsilon$	$r_1$	$\theta_1$	$\alpha_1$	$\phi_1$	$r_2$	$\theta_2$	$\alpha_2$	$\phi_2$	$T$	$N$	$P_{\text{NFD}}$
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$5.31 \times 10^{-3}$	0.54	5.66	1.34	4.31	1.17	5.93	1.31	1.85	0.50	1	0.148
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$5.34 \times 10^{-3}$	0.40	4.94	0.69	3.73	0.63	5.61	0.73	1.89	0.51	1	0.279
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$8.74 \times 10^{-3}$	0.40	5.11	0.69	3.83	0.63	5.53	0.70	1.95	0.49	1	0.295
$ \Psi(0.4, 0.166)\rangle_{\text{RS}}$	$1.09 \times 10^{-2}$	0.84	3.45	0.62	4.56	0.61	5.05	0.54	2.83	0.42	1	0.347
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.63 \times 10^{-7}$	0.10	3.14	0.00	0.00	1.00	3.14	0.00	0.00	0.20	3	0.043
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$3.11 \times 10^{-6}$	0.11	3.13	0.00	0.00	1.53	3.14	0.00	0.00	0.18	3	0.053
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$3.16 \times 10^{-4}$	0.18	3.14	0.00	0.00	1.49	3.14	0.00	0.00	0.20	3	0.060
$ 0.8, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$8.98 \times 10^{-3}$	0.38	3.15	0.00	0.00	1.40	3.16	0.00	0.00	0.23	3	0.070
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.81 \times 10^{-5}$	0.15	3.14	0.00	0.00	0.80	3.14	0.00	0.00	0.40	3	0.028
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$4.81 \times 10^{-5}$	0.18	3.14	0.00	0.00	1.55	3.14	0.00	0.00	0.32	3	0.068
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$8.96 \times 10^{-4}$	0.24	3.14	0.00	0.00	1.50	3.14	0.00	0.00	0.33	3	0.070
$ 1.2, 0, 0\rangle_{\text{SM}}^{(-)}$	$5.05 \times 10^{-3}$	0.29	3.14	0.00	0.00	1.50	3.15	0.00	0.00	0.35	3	0.072

**4.13. táblázat.** A kísérleti elrendezés optimális paramétereit az  $N$ -foton detektálással előállított forrás- és páratlan Schrödinger-macska állapotok esetén. Az  $\varepsilon$  az előállítás hibája,  $P_{\text{NFD}}$  az előállítás valószínűsége. Az optimális paraméterek a bemenő állapotok paramétereit,  $r_j, \theta_j, \alpha_j$  és  $\phi_j$  ( $j = 1, 2$ ), valamint a nyalábosztó  $T$  áteresztőképessége. Az  $N$  jelöli a detektált fotonok számát.

A 4.13. táblázatban szereplő adatok alapján bebizonyítottuk a Pareto-optimalizáció egyik fontos tulajdonságát, hogy ha az egyik célfüggvény javul, a másik romlik, azaz a Pareto-halmazban található magas előállítási valószínűséghez alacsony értékű hűség, magas hűséghez pedig alacsony előállítási valószínűség tartozik.

## 4.10. Az eljárás pontossága

Ebben a fejezetben elemezzük az optikai rendszerünk hatékonyságát néhány jellemző hibaforrás figyelembevételével. Először az optikai rendszerrel előállított néhány nevezetes nemklasszikus állapot  $\varepsilon$  hibáinak a változását vizsgáltuk a bemeneti paraméterek relatív hibájának függvényében (4.8. ábra).



**4.8. ábra.** Az előállított nemklasszikus állapotok  $\varepsilon$  hibáinak eltérése a paraméterek relatív hibájának függvényében.

A relatív eltérést  $\pm 6\%$  érték között állítottuk be. A relatív hibák meghatározásakor a bemenő állapotok optimális paramétereit, azaz az összenyomás erősségét jellemző  $r_j$  paramétereket, az összenyomás  $\theta_j$  fázisszögeit, valamint az  $\alpha_j$  koherens amplitúdóit és a koherens állapot  $\phi_j$  fázisszögeit változtattuk, a nyalábosztó  $T$  áteresztőképességét, illetve homodin mérés esetén az  $x$  kvadratúra értékét, valamint a  $\lambda$  fázisszöget változatlanul hagytuk. A 4.8. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a százalékos eltérések figyelembevételével a fény nevezetes nemklasszikus állapotai továbbra is nagy pontossággal előállíthatók kísérletileg megvalósítható hibaértékek mellett [188].

Az előző fejezetekben a nemklasszikus állapotok előállítása ideális homodin mérésel és  $N$ -foton detektálással történt. Megvizsgáltuk az optikai rendszer hatékonyságát nemideális mérés esetén. A nemideális mérés demonstrálásához egy  $\eta$  áteresztőképességű nyalábosztót feltételezünk az optikai rendszer mérést tartalmazó módusában, majd az optikai rendszer kétmódusú kimenő állapotának egyik módusát interferáltatjuk egy vákuumállapottal:

$$|\psi_{ki}\rangle_{34} \otimes |0\rangle_v = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{nm} |n\rangle_3 \otimes |m\rangle_4 \otimes |0\rangle_v, \quad (4.26)$$

ahol  $C_{nm}$  a  $T$  áteresztőképességű nyalábosztó transzformáció után létrejött kétmódusú kimenő állapot együtthatóját jelöli. A nyalábosztó  $\eta$  áteresztőképessége fogja játszani a határfok szerepét [102, 189, 190]. A következő nyalábosztó transzformáció után a kétmódusú kimenő állapot a homodin mérés esetén a következő alakú:

$$|\psi_{ki}\rangle_{46}^{(HM)} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{nm} \cdot \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot \sqrt{B_k^n(\eta)} \cdot \langle x|n-k\rangle |m\rangle_4 \otimes |k\rangle_6, \quad (4.27)$$

az  $N$ -foton detektálása esetén pedig

$$|\psi_{ki}\rangle_{46}^{(NFD)} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C_{nm} \cdot (-1)^{n-N} \cdot \sqrt{B_{n-N}^n(\eta)} |m\rangle_4 \otimes |n-N\rangle_6 \quad (4.28)$$

alakban írhatjuk fel. Az optikai rendszer kimenő állapotának meghatározásához a kétmódusú kimenő állapot sűrűségoperátorát írjuk fel, majd az alábbi mátrixművelet segítségével az optikai rendszer kimenő állapotát a homodin mérés esetén a következőképpen írhatjuk fel:

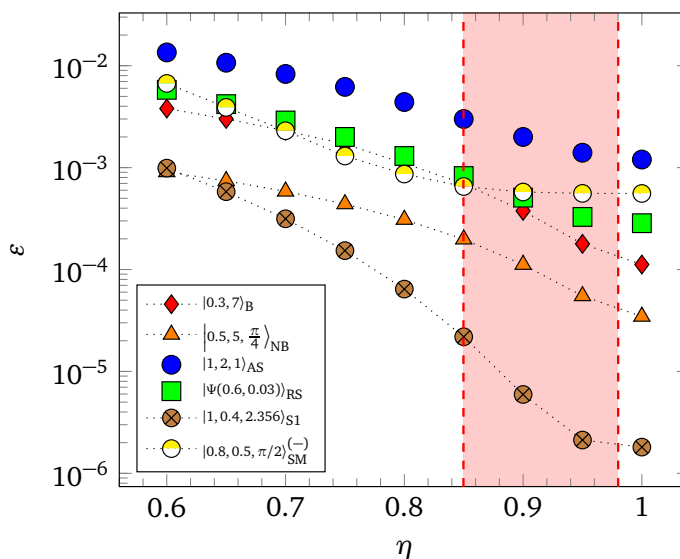
$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{ki}^{(HM)} = \text{Tr}_6 [(\hat{\rho}_{ki})_{46}^{(HM)}] &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n C_{nm} \cdot \sqrt{B_k^n(\eta)} \cdot \langle x|n-k\rangle \times \\ &\times \sum_{n'=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} C_{n'm'}^* \cdot \sqrt{B_k^{n'}(\eta)} \cdot \langle x|n'-k\rangle^* |m\rangle \langle m'|, \end{aligned} \quad (4.29)$$

az  $N$ -foton detektálása esetén pedig

$$\hat{\rho}_{ki}^{(NFD)} = \text{Tr}_6 [(\hat{\rho}_{ki})_{46}^{(NFD)}] = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^{\infty} C_{nm} C_{nm'}^* \cdot B_{n-N}^n(\eta) |m\rangle \langle m'| \quad (4.30)$$

alakban írhatjuk fel.

A 4.9. ábra az optikai rendszerrel előállított nemklasszikus állapotok előállítási hibáinak változását mutatja az  $\eta$  hatásfok függvényében.



**4.9. ábra.** Néhány előállított nemklasszikus állapot  $\varepsilon$  előállítási hibáinak változása az  $\eta$  hatásfok függvényében.

Az  $\varepsilon$  hibákat a sűrűségoperátorokra vonatkozó (4.20) képlet szerint határoztuk meg. Az optikai rendszer hatékonyságát  $0.6 \leq \eta \leq 1$  paramétertartomány között vizsgáltuk. Ahogy az várható volt, a 4.9. ábra alapján az  $\eta$  hatásfok csökkenésével nő az  $\varepsilon$  előállítási hiba. Az ábrán látható, pirossal jelölt paramétertartományban a kísérletileg megvalósítható  $\eta$  paraméterek találhatóak [111, 112, 191, 192]. Megállapíthatjuk, hogy az előállított nemklasszikus állapotok esetén ebben a paramétertartományban az  $\eta$  hatásfok csökkenése esetén a fény nevezetes nemklasszikus állapotai továbbra is nagy pontossággal állíthatók elő a kísérletileg megvalósítható hibaértékek mellett.

A 4.8. és a 4.9. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az optikai rendszer érzékenységét figyelembe véve a fény nevezetes nemklasszikus állapotai nagy pontossággal előállíthatók a jelenlegi kísérleti technológiával előállított bemenő állapotok, illetve valós, nemideális mérőberendezések felhasználásával is.

# Összefoglalás

A fény nemklasszikus állapotainak nagy pontosságú előállítására olyan haladóhullámú optikai rendszert javasoltam, amely egy nyalábosztót, az egyik kimenő módusban pedig egy mérést tartalmaz. A rendszer két bemenő módusáról feltételeztem, hogy függetlenül előállított és változtatható paraméterű összenyomott koherens állapotban van. Az optikai rendszer mérése lehet homodin mérés, vagy egy-, illetve  $N$ -foton detektálása; az utóbbi mérési eljárás fotonszámfeloldó detektorokkal valósítható meg.

Az egy mérést tartalmazó optikai rendszer kimenő állapotát meghatároztam fotonszám-állapot- és koherens állapot reprezentációban. A két reprezentációban felírt összefüggés azonos paraméterek mellett ugyanazt a kimenő állapotot írja le. Numerikus eljárást dolgoztam ki a javasolt optikai rendszer optimalizálására. A meghatározott kimenő állapotot elemezve megállapítottam, hogy az eljárás célfüggvénye se nem lineáris, se nem konvex, ezért az optikai rendszer optimális paramétereinek meghatározásához a genetikus algoritmust alkalmaztam a Matlab programozási környezet segítségével. A kidolgozott eljárás során az optikai rendszer paramétereit úgy határoztam meg, hogy a rendszer kimenete nagy pontossággal a kívánt állapot legyen. Az előállítás pontosságát egy származtatott mennyiséggel, az ún. előállítási hibával jellemezhetjük. Az előállítási hiba mellett az előállítás valószínűsége is fontos, az optikai rendszer alkalmazhatóságát jellemző mennyiség, melyet azonban az optimalizáció során nem használtam célfüggvényként. Az előállítás valószínűségének értéke függ az optikai rendszer optimális paramétereitől. Homodin mérési eljárás esetében az előállítás valószínűségét a homodin mérés optimális kvadratúra értéke körül megválasztott mérési ablak nagysága is befolyásolja. A homodin mérési eljárás esetén bevezettem egy új származtatott mennyiséget, az átlagos hibát, amely az előállítási hibától és az előállítás valószínűségétől függ.

Minél kisebb a mérési ablak nagysága, annál kisebb lesz az átlagos hiba és az előállítás valószínűsége is. A mérési ablakot minden esetben úgy állítottam be, hogy az átlagos hiba kísérleti megvalósítható tartományban legyen. Az eljárás során a változtatható paraméterek optimális értékét olyan paramétertartományokon kerestem, hogy a paraméterek kísérletileg megvalósíthatók legyenek és az adott tartományokon az optimalizáció numerikusan stabil legyen.

A javasolt optikai elrendezéssel számos nevezetes nemklasszikus állapot állítható elő nagy pontossággal és magas előállítási valószínűséggel, mint például binomiális és negatív binomiális, amplitúdó-összenyomott, fotonszám-, összenyomott fotonszám-, eltolt összenyomott fotonszámállapotok, tetszőleges fotonszámállapot-szuperpozíciók, forrásállapotok és Schrödinger-macska állapotok. Az eljárás során azt tapasztaltam, hogy a homodin mérésel olyan nemklasszikus állapotok állíthatók elő nagy pontossággal, amelyek egy Gauss-állapothoz közelítenek. Ennek oka, hogy homodin mérés esetén az optikai rendszer kimenő állapota is Gauss-állapot, azaz összenyomott koherens állapot. Az eljárás során kapott eredményekből megállapítottam, hogy az  $N$ -foton detektálása esetén a detektált fotonok számának növelésével az előállított nemklasszikus állapotok előállítási valószínűségei csökkennek. Az optimalizáció során azt tapasztaltam, hogy a nemklasszikus állapotok előállítása során meghatározott előállítási hiba esetén több megoldás kapható különböző optimális paraméterekre vonatkozólag. Nagy számú számolással bizonyítottam, hogy az optikai rendszer bemenő állapotainak bizonyos paraméterei adott tartományokban szabadon választhatók úgy, hogy az előállítás hibája ne növekedjen jelentősen. A rögzíthető paraméterek száma, típusa függ az adott célállapottól és a mérés típusától is. Az eredmények alapján megállapítottam, hogy homodin mérés esetén négy vagy öt, az  $N$ -foton detektálásakor pedig maximum két paraméter rögzíthető az adott paramétertartományokon. Ennek a lehetőségnek az a jelentősége, hogy a kísérleti megvalósítás során több különböző nemklasszikus állapot állítható elő a javasolt elrendezéssel a bemenő állapotok, illetve az azokat előállító parametrikus berendezés jelentős módosítása nélkül.

Az eljárás során egy másik optimalizálási lehetőséget is vizsgáltam, amely esetben az eljárásnak két célfüggvénye van, nevezetesen az előállítás hibája és valószínűsége. Ezeknek a célfüggvényeknek az optimalizálásakor egy olyan megoldáshalmazt kaptam, ahol magas előállítási valószínűséghez alacsony értékű hűség, nagyobb pontosság mellett pedig alacsony előállítási valószínűség tartozik.

A továbbiakban elemeztem a javasolt optikai rendszer hatékonyságát néhány jellemző hibaforrás figyelembevételével. Megvizsgáltam az előállított nemklasszikus állapotok előállítási hibáinak változását a bemeneti paraméterek relatív hibájának függvényében. Megvizsgáltam az előállítható nemklasszikus állapotok hibáinak változását nemideális mérés esetében is. Ehhez a javasolt optikai rendszer kimenő állapotát módosítottam úgy, hogy a kétmódusú kimenő állapot egyik módusa elé egy  $\eta$  áteresztőképességű nyalábosztót felteleztem, és a kétmódusú kimenő állapot egyik módusát egy vákuumállapottal interferáltattam, ahol az  $\eta$  paraméter jelöli a mérés határfokát. Az optikai rendszer hatékonyságát vizsgálva megállapítottam, hogy a javasolt elrendezéssel a kísérletileg megvalósítható hibavértékek mellett a nemklasszikus állapotok továbbra is nagy pontossággal állíthatók elő.

## A disszertáció tézisei

1. Haladóhullámú kísérleti elrendezést javasoltam a fény nemklasszikus állapotainak nagy pontosságú előállításához, amely egy nyalábosztót és egy mérést tartalmaz, a bemenő állapotok pedig függetlenül előállított, változtatható paraméterű összenyomott koherens állapotban vannak. A mérés lehet homodin mérés, vagy egy-, illetve  $N$ -foton detektálása. A javasolt optikai rendszer kimenő állapotát meghatároztam fotonszám-állapot, valamint koherens állapot reprezentációban [S1, S2].
2. Numerikus eljárást dolgoztam ki a javasolt optikai rendszer optimalizálásához. Az optimalizáció során a javasolt optikai elrendezés és a bemenő állapotok paramétereit úgy határoztam meg, hogy az előállítás hibája minimális legyen a kitűzött célállapot esetén. Valamennyi célállapot esetén meghatároztam az előállítás valószínűségét is. Elemeztem egy olyan optimalizációs eljárást is, amelynél egyidejűleg optimalizáltam az előállítás hibáját és valószínűségét [S1, S2].



3. Bizonyítottam, hogy a javasolt, az egy-, illetve  $N$ -foton detektálást tartalmazó kísérleti elrendezéssel binomiális és negatív binomiális állapotok, speciális fotonszámállapot-szuperpozíciók, fotonszám-, összenyomott fotonszám- és eltolt összenyomott fotonszám-, amplitúdó-összenyomott, Schrödinger-macska és összenyomott Schrödinger-macska állapotok nagy pontossággal és magas előállítási valószínűséggel állíthatók elő. Valamennyi állapot esetén elemeztem, hogy az állapotok paramétereinek függvényében hogyan változik az előállítás pontossága és valószínűsége [S1, P1, P2].
4. Bizonyítottam, hogy homodin méréssel olyan binomiális, negatív binomiális állapotok, fotonszámállapot-szuperpozíciók és amplitúdó-összenyomott állapotok állíthatók elő nagy pontossággal és magas előállítási valószínűséggel, melyek az adott paraméterek mellett egy Gauss-állapothoz közelítenek [S1, P3, P4].
5. Megállapítottam, hogy a nemklasszikus állapotok előállítása során meghatározott előállítási hiba esetén több megoldás kapható különböző optimális paraméterekre vonatkozólag. Arra a következtetésre jutottam, hogy az optikai elrendezés bemenő állapotainak bizonyos paraméterei adott tartományokban szabadon választhatók úgy, hogy az előállítási hiba ne növekedjen jelentősen. Így a kísérleti megvalósítás során több különböző nemklasszikus állapot állítható elő a javasolt elrendezéssel a bemenő állapotok, illetve az azokat előállító parametrikus berendezés jelentős módosítása nélkül [S1, S2].
6. Megvizsgáltam a javasolt optikai rendszer hatékonyságát a bemenő állapotok pontosságának, illetve a nemideális detektorok hatásfokának függvényében. Megmutattam, hogy a javasolt elrendezéssel a kísérletileg megvalósítható hibaértékek mellett a nemklasszikus állapotok továbbra is nagy pontossággal állíthatók elő [S1, S2].

## Summary

I have proposed an experimental quantum state engineering scheme for the conditional generation of various nonclassical states of practical relevance in traveling optical fields. It contains a beam splitter and a single measurement in one of the output modes. The input states are separately prepared squeezed coherent states. The measurement of the proposed scheme may be homodyne measurement or single- or  $N$ -photon detection, the latter measurement can be realized by photon number resolving detectors.

The output state of the optical system containing a single measurement was determined in the number state and coherent state representation. The two representations describe the same output state at a given set of the parameters. I have developed a numerical procedure based on a genetic algorithm to optimize the proposed optical system. By analyzing the specified output state, I have found that the objective function of the numerical procedure is neither linear nor convex. Therefore, I have used a genetic algorithm to solve this optimization problem. During the optimization I have determined the parameters of the optical system so that the output of the optical system is the desired state with high accuracy. The accuracy of generation can be characterized by misfit. In addition to misfit, the probability of success is another figure of merit characterizing the performance of a conditional scheme which was not used as a target function during optimization. The value of probability of success generation depends on the optimum parameters of the optical system. In the case of homodin measurement, the probability of sucess generation is also influenced by the size of the measuring window chosen around the optimal quadrature value of the homodin measurement. As the misfit parameter changes with the measurement results within the measurement ranges, the accuracy of the preparation can be characterized by the average misfit.

The range of measurement window of the homodyne measurement has been chosen so that the average misfit is within the experimental feasible range. I have imposed bounds on the variables so that their values are physically reasonable. In the genetic algorithm used for our calculations, I set the options of the optimization such as the population, the number of generations, and the function tolerance in such a way that the optimization is stable and the results are reproducible.

I have shown that with our proposed experimental scheme it is possible to prepare binomial, negative binomial, amplitude squeezed, number, squeezed number, and displaced squeezed number states, special superpositions of photon number states, cat and squeezed cat states with high accuracy and success probability. I have found that generally the states close to a Gaussian state can be generated by the scheme with homodyne measurement. The results also show that certain nonclassical states can be approximated by Gaussian states with high fidelity. The data reveal that for a given state the increase in the number of detected photons  $N$  leads to the decrease of the success probability.

An interesting aspect of the proposed scheme is that some of the input parameters can be chosen freely in certain ranges without the significant deterioration of the fidelity. I have checked this effect for the multi-photon detection and the homodyne measurement version of the scheme. The number, type, and ranges of such parameters can differ for different target states. The number of the parameters that can be chosen freely is obviously smaller for the scheme with multi-photon detection than for the one with homodyne measurement due to the smaller number of adjustable parameters. I have shown some examples of states in which four or five parameters of the input states can be fixed for the scheme with homodyne measurement and two for the one with single- or multi-photon detection. The possibility of using an input source of fixed parameters is especially advantageous from an experimental point of view for it allows the generation of various states with high fidelity using the proposed scheme without relevant modification of the parametric setups generating the input states.

I have also investigated an another possible optimization where both the misfit and the success probability are used as objective functions of the genetic algorithm. I have presented some examples for the Pareto optimal sets of the multiobjective optimizations for

some target states. As expected, higher probabilities in the found Pareto sets correspond to a decreased fidelity.

Finally, I have considered the sensitivity of the method to the precision of the parameters of the input states and to the nonunit quantum efficiency of the measurements for the homodyne measurement and the multi-photon detection versions of the scheme. The latter inefficiency can be represented by inserting an absorber in the signal beam path, which in turn can be modeled by a fictitious beam splitter with the signal beam entering one port and the vacuum state entering the other. The transmittance of the beam splitter must be chosen to be equal to the quantum efficiency  $\eta$ . Note that such a model can describe other optical losses, e.g., the absorption of the beam path, and in the case of homodyne measurement various other imperfections. One can conclude that the sensitivity is moderate for both considered inefficiencies. Hence, the considered nonclassical states can be prepared with high fidelities, even using input states generated with a precision available with current experimental technology and applying realistic measurement devices.

## New Scientific Results

1. I have proposed a traveling-wave experimental scheme for high-fidelity generation of nonclassical states of light, which includes a beam splitter and a measurement, and the input states are independently prepared squeezed coherent states with variable parameters. The measurement can be a homodin measurement or a single- or  $N$ -photon detection. The output state of the proposed optical system was determined in a photon number state and coherent state representation [S1, S2].
2. I have developed a numerical method to optimize the proposed experimental scheme. During the optimization of the developed procedure, the parameters of the proposed optical system and the input states were determined so that the target function of the method, the misfit should be minimal for the target state. The probability of generation was determined for each target state. I have also analyzed a numerical optimization which simultaneously optimizes the misfit and probability of generation [S1, S2].

3. I have proved that the proposed experimental scheme with single and  $N$ -photon detection can generate binomial and negative binomial states, special photon number state superpositions, photon number, squeezed photon number and displaced squeezed photon number, amplitude-squeezed, Schrödinger cat states with high accuracy and high probability. I have analyzed for each quantum state how the accuracy and probability of generation changes depending on the parameters of the states [S1, P1, P2].
4. I have proved that certain binomial and negative binomial states, photon number state superpositions and amplitude-squeezed states that are close to a Gaussian state can be generated by homodyne measurement with high accuracy and high probability [S1, P3, P4].
5. I have found that several optimal solutions exist for various parameters for several nonclassical states. I came to the conclusion that some of the input parameters can be chosen freely in certain ranges without the significant deterioration of the fidelity. Thus, in the experimental implementation, several different nonclassical states can be generated with the proposed experimental scheme without significant modification of the input states and the parametric device that generates them [S1, S2].
6. I have examined the efficiency of the proposed optical system in relation to the accuracy of the input states and the efficiency of the non-ideal detectors. I have shown that the nonclassical states can still be generated with high accuracy at experimentally feasible error values [S1, S2].

# Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Ádám Péternek az általa nyújtott szakmai segítséget és támogatást, valamint a disszertáció gondos átolvasását. Köszönettel tartozom kollégámnak Dr. Mechler Mátyásnak a disszertáció alapos átnézésébe fektetett munkáját, akihez bizalommal fordulhattam a kérdéseimmel. Köszönöm Dr. Ádám Péternek, valamint Dr. Mechler Mátyásnak a közös munkát, akik szakmai segítségükkel nagyban hozzájárultak a disszertációhoz kapcsolódó publikációk sikeres megírásában.

Szeretnék köszönetet mondani családomnak, anyukámnak, apukámnak és páromnak, hogy mellettem voltak és támogattak a nehéz időszakokban is.

A disszertáció elkészítését az **EFOP-3.6.2-16-2017-00005** projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.



# Publikációk jegyzéke

## Az értekezéshez kapcsolódó saját publikációk

### Referált folyóiratban megjelent publikációk

- [S1] **Gabor Mogyorosi**, Peter Adam, Emese Molnar, and Matyas Mechler, „*Single-step quantum state engineering in traveling optical fields*”, *Phys. Rev. A* **100**, 013851 (2019)
- [S2] **Gabor Mogyorosi**, Emese Molnar, Matyas Mechler, and Peter Adam, „*Single-Step Traveling-Wave Quantum State Engineering in the Coherent State Representation*”, *J. Russ. Laser Res.* **39**, 448 (2018)

### Előadások

- [E1] **Mogyorósi Gábor**, Molnár Emese, Varga Árpád, Mechler Mátyás, és Ádám Péter: „*Fotonszám-állapot szuperpozíciók haladóhullámú előállítása*”, IV. Interdiszciplináris Doktorandusz Konferencia. Helyszín: Pécs, Magyarország, 2015. 05. 14–15., Pécsi Tudományegyetem Állam- és Jogtudományi Kar, ISBN: 978-963-642-830-3 (2015)
- [E2] **Mogyorósi Gábor**: „*Fotonszám-állapot szuperpozíciók haladóhullámú előállítása*”, IV. Fizikus Doktoranduszok Konferenciája. Helyszín: Balatonfenyves, Magyarország, 2015. 06. 11–14.

## Poszterek

- [P1] **Gabor Mogyorosi**, Peter Adam, and Emese Molnar, „*Conditional generation of superpositions of photon number states of traveling fields*”, 24th Central European Workshop on Quantum Optics. Helyszín: DTU Lyngby, Dánia, 2017. 06. 26–30.
- [P2] **Gabor Mogyorosi**, Peter Adam, and Emese Molnar, „*Conditional generation of non-classical states of traveling fields*”, Quantum Optics IX. Helyszín: Gdańsk, Lengyelország, 2017. 09. 17–23.
- [P3] **Gabor Mogyorosi**, Emese Molnar, Matyas Mechler, and Peter Adam, „*Quantum state engineering via optimized photon subtraction in traveling optical fields*”, 25th Central European Workshop on Quantum Optics. Helyszín: University of the Balearic Islands, Mallorca, 2018. 05. 21–25.
- [P4] **Gábor Mogyorósi**, Emese Molnár, Mátyás Mechler, Péter Ádám, „*Single step quantum state engineering in traveling optical fields*”, P11, Kvantumelektronika 2018: VIII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2018. 06. 15., ISBN: 978-963-429-250-0 (2018)

## Egyéb publikációk

- [K1] Emese Molnar, Peter Adam, **Gabor Mogyorosi**, and Matyas Mechler, „*Quantum state engineering via coherent-state superpositions in traveling optical fields*”, Phys. Rev. A **97**, 023818 (2018)
- [K2] Emese Molnár, **Gábor Mogyorósi**, Mátyás Mechler, Péter Ádám, „*Quantum state engineering via coherent-state superpositions in traveling optical fields*”, P12, Kvantumelektronika 2018: VIII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2018. 06. 15., ISBN: 978-963-429-250-0 (2018)
- [K3] P. Adam, E. Molnar, **G. Mogyorosi**, A. Varga, M. Mechler, and J. Janszky, „*Construction of quantum states by special superpositions of coherent states*”, Phys. Scr. **90**, 074021 (2015)



- [K4] **Mogyorosi G**, Adam P, Molnar E, Varga A, Mechler M, and Janszky J, „*Construction of quantum states by special superpositions of coherent states*”, P13, Kvantumelektronika 2014: VII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2014. 11. 28., ISBN: 978-963-642-697-2 (2014)
- [K5] Molnar E, Varga A, **Mogyorosi G**, and Adam P, „*Quantum state engineering with linear optical tools*”, P14, Kvantumelektronika 2014: VII. szimpózium a hazai kvantumelektronikai kutatások eredményeiről. Helyszín: Budapest, Magyarország, 2014. 11. 28., ISBN: 978-963-642-697-2 (2014)
- [K6] Molnar E, Varga A, **Mogyorosi G**, and Adam, P, „*Quantum state engineering with linear optical tools*”, Lézer Tea 2014. Konferencia helye, ideje: Szeged, Magyarország, 2014. 04. 23.

# Irodalomjegyzék

- [1] P. A. M. Dirac, Proc. R. Soc. Lond. **A114**, 243 (1927).
- [2] E. Fermi, Rev. Mod. Phys. **4**, 87 (1932).
- [3] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, 3rd ed. (Oxford University Press, New York, 2000).
- [4] C. C. Gerry and P. L. Knight, *Introductory Quantum Optics* (Cambridge University Press, New York, USA, 2005).
- [5] M. Fox, *Quantum Optics: An Introduction* (Oxford University Press, New York, USA, 2006).
- [6] R. J. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).
- [7] E. C. G. Sudarshan, Phys. Rev. Lett. **10**, 277 (1963).
- [8] K. Husimi, Proc. Phys. Math. Soc. Jpn. **22**, 264 (1940).
- [9] E. P. Wigner, Phys. Rev. **40**, 749 (1932).
- [10] S. M. Barnett and P. L. Knight, J. Mod. Opt. **34**, 841 (1987).
- [11] N. G. Walker, J. Mod. Opt. **34**, 15 (1987).
- [12] R. F. O'Connell and E. P. Wigner, Phys. Lett. A **83**, 145 (1981).
- [13] R. F. O'Connell and A. K. Rajagopal, Phys. Rev. Lett. **48**, 525 (1982).
- [14] R. F. O'Connell and D. F. Walls, Nature **312**, 257 (1984).

- [15] W. Schleich, D. F. Walls, and J. A. Wheeler, *Phys. Rev. A* **38**, 1177 (1988).
- [16] W. Schleich and J. A. Wheeler, *Nature* **326**, 574 (1987).
- [17] G. J. Milburn and D. F. Walls, *Phys. Rev. A* **38**, 1087 (1988).
- [18] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, New York, USA, 1995).
- [19] U. Leonhardt, *Essential Quantum Optics: From Quantum Measurements to Black Holes* (Cambridge University Press, New York, USA, 2010).
- [20] E. Y. C. Lu, *Lett. Nuovo Cimento* **2**, 1241 (1971).
- [21] H. P. Yuen, *Phys. Rev. A* **13**, 2226 (1976).
- [22] D. F. Walls, *Nature* **306**, 141 (1983).
- [23] J. Plebanski, *Phys. Rev.* **101**, 1825 (1956).
- [24] D. Stoler, *Phys. Rev. D* **1**, 3217 (1970).
- [25] J. N. Hollenhorst, *Phys. Rev. D* **19**, 1669 (1979).
- [26] C. M. Caves, *Phys. Rev. D* **23**, 1693 (1981).
- [27] H. P. Yuen, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 719 (1983).
- [28] B. L. Schumaker and C. M. Caves, *Phys. Rev. A* **31**, 3093 (1985).
- [29] J. J. Gong and P. K. Aravind, *Am. J. Phys.* **58**, 1003 (1990).
- [30] R. Loudon and P. L. Knight, *J. Mod. Opt.* **34**, 709 (1987).
- [31] L. A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall, and H. Wu, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2520 (1986).
- [32] L. A. Wu, M. Xiao, and H. J. Kimble, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1465 (1987).
- [33] G. Breitenbach, T. Müller, S. F. Pereira, J.-P. Poizat, S. Schiller, and J. Mlynek, *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2304 (1995).

- [34] T. Tanimura, D. Akamatsu, Y. Yokoi, A. Furusawa, and M. Kozuma, *Opt. Lett.* **31**, 2344 (2006).
- [35] U. L. Andersen, T. Gehring, C. Marquardt, and G. Leuchs, *Phys. Scr.* **91**, 053001 (2016).
- [36] A. M. Abdel-Hafez, *Phys. Rev. A* **45**, 6610 (1992).
- [37] W. Wasilewski, T. Fernholz, K. Jensen, L. S. Madsen, H. Krauter, C. Muschik, and E. S. Polzik, *Opt. Express* **17**, 14444 (2009).
- [38] J. H. Shapiro, H. P. Yuen, and J. A. Machado Mata, *IEEE Trans. Inf. Theory* **25**, 179 (1979).
- [39] C. M. Caves, K. S. Thorne, R. W. P. Drever, V. D. Sandberg, and M. Zimmermann, *Rev. Mod. Phys.* **52**, 341 (1980).
- [40] R. Birrittella, J. Mimih, and C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **86**, 063828 (2012).
- [41] P. A. Knott, T. J. Proctor, A. J. Hayes, J. P. Cooling, and J. A. Dunningham, *Phys. Rev. A* **93**, 033859 (2016).
- [42] S. Olivares, M. Popovic, and M. G. A. Paris, *Quantum Meas. Quantum Metrol.* **3**, 38 (2016).
- [43] C. M. A. Dantas, N. G. d. Almeida, and B. Baseia, *Braz. J. Phys.* **28**, 462 (1998).
- [44] M. S. Kim, F. A. M. de Oliveria, and P. L. Knight, *Phys. Rev. A* **40**, 2494 (1989).
- [45] M. S. Kim, F. A. M. de Oliveria, and P. L. Knight, *Opt. Commun.* **72**, 99 (1989).
- [46] K. B. Møller, T. G. Jørgensen, and J. P. Dahl, *Phys. Rev. A* **54**, 5378 (1996).
- [47] M. M. Nieto, *Phys. Lett. A* **229**, 135 (1997).
- [48] L. Albano, D. F. Mundarain, and J. Stephany, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **4**, 352 (2002).
- [49] D. Stoler, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, *Opt. Acta.* **32**, 345 (1985).

- [50] A. Vidiella-Barranco and J. A. Roversi, *Phys. Rev. A* **50**, 5233 (1994).
- [51] R. Lo Franco, G. Compagno, A. Messina, and A. Napoli, *Phys. Rev. A* **74**, 045803 (2006).
- [52] R. L. Franco, G. Compagno, A. Messina, and A. Napoli, *Phys. Lett. A* **374**, 2235 (2010).
- [53] K. L. Pregnell and D. T. Pegg, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 173601 (2002).
- [54] K. L. Pregnell and D. T. Pegg, *Phys. Rev. A* **67**, 063814 (2003).
- [55] L. Memarzadeh and S. Mancini, *Phys. Rev. A* **94**, 022341 (2016).
- [56] H. Dale, D. Jennings, and T. G. Rudolph, *Nat. Commun.* **6**, 8203 (2015).
- [57] X. Yuan, K. Liu, Y. Xu, W. Wang, Y. Ma, F. Zhang, Z. Yan, R. Vijay, L. Sun, and X. Ma, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 010502 (2016).
- [58] J. Jiang, J. Zhang, and X. Sun, *Phys. Rev. A* **97**, 032303 (2018).
- [59] R. Lo Franco, G. Compagno, A. Messina, and A. Napoli, *Phys. Rev. A* **72**, 053806 (2005).
- [60] H. C. Fu and R. Sasaki, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, 1989 (1997).
- [61] L. Susskind and J. Glogower, *Physics* **1**, 49 (1964).
- [62] S. Lloyd and S. L. Braunstein, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1784 (1999).
- [63] D. Gottesman, A. Kitaev, and J. Preskill, *Phys. Rev. A* **64**, 012310 (2001).
- [64] S. D. Bartlett and B. C. Sanders, *Phys. Rev. A* **65**, 042304 (2002).
- [65] S. D. Bartlett, B. C. Sanders, S. L. Braunstein, and K. Nemoto, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 097904 (2002).
- [66] S. D. Bartlett and B. C. Sanders, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 207903 (2002).
- [67] S. Ghose and B. C. Sanders, *J. Mod. Opt.* **54**, 855 (2007).

- [68] P. Marek and J. Fiurášek, Phys. Rev. A **79**, 062321 (2009).
- [69] P. Marek, R. Filip, and A. Furusawa, Phys. Rev. A **84**, 053802 (2011).
- [70] M. Yukawa, K. Miyata, H. Yonezawa, P. Marek, R. Filip, and A. Furusawa, Phys. Rev. A **88**, 053816 (2013).
- [71] K. Marshall, R. Pooser, G. Siopsis, and C. Weedbrook, Phys. Rev. A **91**, 032321 (2015).
- [72] K. Miyata, H. Ogawa, P. Marek, R. Filip, H. Yonezawa, J.-i. Yoshikawa, and A. Furusawa, Phys. Rev. A **93**, 022301 (2016).
- [73] S.-Y. Lee and H. Nha, Phys. Rev. A **82**, 053812 (2010).
- [74] P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford University Press, Oxford, 1930).
- [75] E. Schrödinger, Naturwissenschaften **23**, 807 (1935).
- [76] M. Hillery, Phys. Rev. A **36**, 3796 (1987).
- [77] Y. Xia and G. Guo, Phys. Lett. A **136**, 281 (1989).
- [78] J. Janszky and A. V. Vinogradov, Phys. Rev. Lett. **64**, 2771 (1990).
- [79] A. Vidiella-Barranco and H. Moya-Cessa, Braz. J. Phys. **25**, 44 (1995).
- [80] J. Etesse, M. Bouillard, B. Kanseri, and R. Tualle-Brouri, Phys. Rev. Lett. **114**, 193602 (2015).
- [81] T. C. Ralph, A. Gilchrist, G. J. Milburn, W. J. Munro, and S. Glancy, Phys. Rev. A **68**, 042319 (2003).
- [82] A. P. Lund, T. C. Ralph, and H. L. Haselgrove, Phys. Rev. Lett. **100**, 030503 (2008).
- [83] P. Adam, J. Janszky, and A. V. Vinogradov, Phys. Lett. A **160**, 506 (1991).
- [84] Z. Kis, P. Adam, and J. Janszky, Phys. Lett. A **188**, 16 (1994).
- [85] I. Urizar-Lanz and G. Tóth, Phys. Rev. A **81**, 052108 (2010).

- [86] P. Adam, M. Mechler, V. Szalay, and M. Koniorczyk, *Phys. Rev. A* **89**, 062108 (2014).
- [87] S. Friedland, V. Gheorghiu, and G. Gour, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 230401 (2013).
- [88] Y. Yao, X. Xiao, X. Wang, and C. P. Sun, *Phys. Rev. A* **91**, 062113 (2015).
- [89] J. J. Slosser and P. Meystre, *Phys. Rev. A* **41**, 3867 (1990).
- [90] P. Meystre, J. J. Slosser, and M. Wilkens, *Phys. Rev. A* **43**, 4959 (1991).
- [91] J. A. Bergou, M. Hillery, and D. Yu, *Phys. Rev. A* **43**, 515 (1991).
- [92] G. S. Agarwal, *Phys. Rev. A* **45**, 1787 (1992).
- [93] H. C. Fu and R. Sasaki, *J. Math. Phys.* **38**, 3968 (1997).
- [94] H. C. Fu and R. Sasaki, *J. Math. Phys.* **38**, 2154 (1997).
- [95] M. H. Y. Moussa and B. Baseia, *Phys. Lett. A* **238**, 223 (1998).
- [96] H. Fan and N. Liu, *Phys. Lett. A* **250**, 88 (1998).
- [97] C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2044 (1987).
- [98] Z. Y. Ou, C. K. Hong, and L. Mandel, *Opt. Commun.* **63**, 118 (1987).
- [99] R. A. Campos, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, *Phys. Rev. A* **40**, 1371 (1989).
- [100] H. P. Yuen and V. W. S. Chan, *Opt. Lett.* **8**, 177 (1983).
- [101] H. M. Wiseman and G. J. Milburn, *Phys. Rev. A* **47**, 642 (1993).
- [102] U. Leonhardt and H. Paul, *Phys. Rev. A* **48**, 4598 (1993).
- [103] M. S. Kim and B. C. Sanders, *Phys. Rev. A* **53**, 3694 (1996).
- [104] S. Wallentowitz and W. Vogel, *Phys. Rev. A* **53**, 4528 (1996).
- [105] J. G. Webb, T. C. Ralph, and E. H. Huntington, *Phys. Rev. A* **73**, 033808 (2006).
- [106] S. T. Eng and R. A. Gudmundsen, *Appl. Opt.* **9**, 161 (1970).

- [107] G. J. Milburn, *Phys. Rev. A* **36**, 5271 (1987).
- [108] M. G. A. Paris, *Phys. Rev. A* **53**, 2658 (1996).
- [109] S. M. Barnett and P. M. Radmore, *Methods in Theoretical Quantum Optics* (Clarendon Press, Oxford, 1997).
- [110] M. Jönsson and G. Björk, *Phys. Rev. A* **99**, 043822 (2019).
- [111] D. Fukuda, G. Fujii, T. Numata, K. Amemiya, A. Yoshizawa, H. Tsuchida, H. Fujino, H. Ishii, T. Itatani, S. Inoue, and T. Zama, *Opt. Express* **19**, 870 (2011).
- [112] M. Schmidt, M. v. Helversen, F. López, M. Gericke, E. Schlottmann, T. Heindel, S. Kück, S. Reitzenstein, and J. Beyer, *J. Low Temp. Phys.* **193**, 1243 (2018).
- [113] W. J. Zhang, H. Li, L. X. You, J. Huang, Y. H. He, L. Zhang, X. Y. Liu, S. J. Chen, Z. Wang, and X. M. Xie, *IEEE Photon. J.* **8**, 2 (2016).
- [114] T. Gerrits, S. Glancy, T. S. Clement, B. Calkins, A. E. Lita, A. J. Miller, A. L. Migdall, S. W. Nam, R. P. Mirin, and E. Knill, *Phys. Rev. A* **82**, 031802 (2010).
- [115] N. Namekata, G. Takahashi, Y. Fujii, D. Fukuda, S. Kurimura, and S. Inoue, *Nat. Photonics* **4**, 655–660 (2010).
- [116] K. Huang, H. Le Jeannic, J. Ruaudel, V. B. Verma, M. D. Shaw, F. Marsili, S. W. Nam, E. Wu, H. Zeng, Y.-C. Jeong, R. Filip, O. Morin, and J. Laurat, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 023602 (2015).
- [117] K. Huang, H. Le Jeannic, V. B. Verma, M. D. Shaw, F. Marsili, S. W. Nam, E. Wu, H. Zeng, O. Morin, and J. Laurat, *Phys. Rev. A* **93**, 013838 (2016).
- [118] Y. He, X. Ding, Z.-E. Su, H.-L. Huang, J. Qin, C. Wang, S. Unsleber, C. Chen, H. Wang, Y.-M. He, X.-L. Wang, W.-J. Zhang, S.-J. Chen, C. Schneider, M. Kamp, L.-X. You, Z. Wang, S. Höfling, C.-Y. Lu, and J.-W. Pan, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 190501 (2017).
- [119] M. G. A. Paris, M. Cola, and R. Bonifacio, *Phys. Rev. A* **67**, 042104 (2003).
- [120] P. P. Rohde and T. C. Ralph, *J. Mod. Opt.* **53**, 1589 (2006).



- [121] V. D'Auria, O. Morin, C. Fabre, and J. Laurat, *Eur. Phys. J. D* **66**, 249 (2012).
- [122] V. V. Dodonov, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **4**, R1 (2002).
- [123] F. Dell'Anno, S. De Siena, and F. Illuminati, *Phys. Rep.* **428**, 53 (2006).
- [124] V. V. Dodonov, M. A. Man'ko, V. I. Man'ko, and A. Vourdas, *J. Russ. Laser Res.* **28**, 404 (2007).
- [125] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2409 (1985).
- [126] J. Janszky and Y. Yushin, *Opt. Commun.* **60**, 92 (1986).
- [127] B. Yurke, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1551 (1987).
- [128] L. S. Brown, *Phys. Rev. A* **36**, 2463 (1987).
- [129] S. F. Pereira, M. Xiao, H. J. Kimble, and J. L. Hall, *Phys. Rev. A* **38**, 4931 (1988).
- [130] H. J. Kimble, *Phys. Rep.* **219**, 227 (1992).
- [131] J. Janszky, P. Adam, and I. Földesi, *Phys. Lett. A* **174**, 368 (1993).
- [132] C. Kim and P. Kumar, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1605 (1994).
- [133] M. Brune, S. Haroche, V. Lefevre, J. M. Raimond, and N. Zagury, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 976 (1990).
- [134] M. J. Holland, D. F. Walls, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1716 (1991).
- [135] J. I. Cirac, R. Blatt, A. S. Parkins, and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 762 (1993).
- [136] A. S. Parkins, P. Marte, P. Zoller, and H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3095 (1993).
- [137] A. S. Parkins, P. Marte, P. Zoller, O. Carnal, and H. J. Kimble, *Phys. Rev. A* **51**, 1578 (1995).
- [138] X. Maître, E. Hagle, G. Nogues, C. Wunderlich, P. Goy, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 769 (1997).

- [139] W. Leoński, S. Dyrting, and R. Tanaś, *J. Mod. Opt.* **44**, 2105 (1997).
- [140] S. Brattke, B. T. H. Varcoe, and H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3534 (2001).
- [141] P. Bertet, S. Osnaghi, P. Milman, A. Auffeves, P. Maioli, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 143601 (2002).
- [142] P. Bertet, A. Auffeves, P. Maioli, S. Osnaghi, T. Meunier, M. Brune, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 200402 (2002).
- [143] I. Dotsenko, M. Mirrahimi, M. Brune, S. Haroche, J.-M. Raimond, and P. Rouchon, *Phys. Rev. A* **80**, 013805 (2009).
- [144] K. Vogel, V. M. Akulin, and W. P. Schleich, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1816 (1993).
- [145] C. K. Law and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1055 (1996).
- [146] M. Brune, S. Haroche, J. M. Raimond, L. Davidovich, and N. Zagury, *Phys. Rev. A* **45**, 5193 (1992).
- [147] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, X. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J. M. Raimond, and S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4887 (1996).
- [148] S. Haroche, M. Brune, and J.-M. Raimond, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **159**, 19 (2008).
- [149] S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 1083 (2013).
- [150] B. Hacker, S. Welte, S. Daiss, A. Shaukat, S. Ritter, L. Li, and G. Rempe, *Nat. Photonics* **13**, 110 (2019).
- [151] G. Björk and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. A* **37**, 125 (1988).
- [152] P. Adam, M. Mechler, I. Santa, and M. Koniorczyk, *Phys. Rev. A* **90**, 053834 (2014).
- [153] F. Bodog, P. Adam, M. Mechler, I. Santa, and M. Koniorczyk, *Phys. Rev. A* **94**, 033853 (2016).
- [154] R. M. Shelby, M. D. Levenson, S. H. Perlmuter, R. G. DeVoe, and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 691 (1986).

- [155] Y. Yamamoto, N. Imoto, and S. Machida, *Phys. Rev. A* **33**, 3243 (1986).
- [156] Y. Yamamoto, S. Machida, and O. Nilsson, *Phys. Rev. A* **34**, 4025 (1986).
- [157] Y. Yamamoto, S. Machida, N. Imoto, M. Kitagawa, and G. Björk, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1645 (1987).
- [158] S. Machida, Y. Yamamoto, and Y. Itaya, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1000 (1987).
- [159] M. Dakna, T. Anhut, T. Opatrný, L. Knöll, and D.-G. Welsch, *Phys. Rev. A* **55**, 3184 (1997).
- [160] C. C. Gerry, *Phys. Rev. A* **59**, 4095 (1999).
- [161] A. P. Lund, H. Jeong, T. C. Ralph, and M. S. Kim, *Phys. Rev. A* **70**, 020101 (2004).
- [162] J. S. Neergaard-Nielsen, B. M. Nielsen, K. Hettich, C. Mølmer, and E. S. Polzik, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 083604 (2006).
- [163] A. Ourjoumtsev, H. Jeong, R. Tualle-Brouri, and P. Grangier, *Nature* **448**, 78 (2007).
- [164] S. Glancy and H. M. Vasconcelos, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 712 (2008).
- [165] H. Takahashi, K. Wakui, S. Suzuki, M. Takeoka, K. Hayasaka, A. Furusawa, and M. Sasaki, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 233605 (2008).
- [166] P. Adam, T. Kiss, Z. Darázs, and I. Jex, *Phys. Scr.* **T140**, 014011 (2010).
- [167] P. Adam, Z. Darázs, T. Kiss, and M. Mechler, *Phys. Scr.* **T143**, 014002 (2011).
- [168] S. Szabo, P. Adam, J. Janszky, and P. Domokos, *Phys. Rev. A* **53**, 2698 (1996).
- [169] M. Dakna, L. Knöll, and D.-G. Welsch, *Opt. Commun.* **145**, 309 (1998).
- [170] M. Dakna, J. Clausen, L. Knöll, and D.-G. Welsch, *Phys. Rev. A* **59**, 1658 (1999).
- [171] J. Fiurášek, R. García-Patrón, and N. J. Cerf, *Phys. Rev. A* **72**, 033822 (2005).
- [172] C. C. Gerry and A. Benmoussa, *Phys. Rev. A* **73**, 063817 (2006).
- [173] E. Bimbard, N. Jain, A. MacRae, and A. I. Lvovsky, *Nat. Photonics* **4**, 243 (2010).

- [174] J. Sperling, W. Vogel, and G. S. Agarwal, Phys. Rev. A **89**, 043829 (2014).
- [175] P. Adam, E. Molnar, G. Mogyorosi, A. Varga, M. Mechler, and J. Janszky, Phys. Scr. **90**, 074021 (2015).
- [176] C. J. Villas-Boas, G. Guimarães, M. H. Y. Moussa, and B. Baseia, Phys. Rev. A **63**, 055801 (2001).
- [177] M. G. A. Paris, Phys. Lett. A **217**, 78 (1996).
- [178] E. Molnar, P. Adam, G. Mogyorosi, and M. Mechler, Phys. Rev. A **97**, 023818 (2018).
- [179] P. Adam, J. Janszky, and A. V. Vinogradov, Opt. Commun. **80**, 155 (1990).
- [180] A. Uhlmann, Rep. Math. Phys. **9**, 273 (1976).
- [181] R. Jozsa, J. Mod. Opt. **41**, 2315 (1994).
- [182] H. Jeong, M. S. Kim, T. C. Ralph, and B. S. Ham, Phys. Rev. A **70**, 061801 (2004).
- [183] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning* (Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1989).
- [184] M. S. Kim, E. Park, P. L. Knight, and H. Jeong, Phys. Rev. A **71**, 043805 (2005).
- [185] P. J. Mosley, J. S. Lundeen, B. J. Smith, P. Wasylczyk, A. B. U'Ren, C. Silberhorn, and I. A. Walmsley, Phys. Rev. Lett. **100**, 133601 (2008).
- [186] P. G. Evans, R. S. Bennink, W. P. Grice, T. S. Humble, and J. Schaake, Phys. Rev. Lett. **105**, 253601 (2010).
- [187] A. Eckstein, A. Christ, P. J. Mosley, and C. Silberhorn, Phys. Rev. Lett. **106**, 013603 (2011).
- [188] M. Mehmet, H. Vahlbruch, N. Lastzka, K. Danzmann, and R. Schnabel, Phys. Rev. A **81**, 013814 (2010).
- [189] H. Yuen and J. Shapiro, IEEE Trans. Inf. Theory **26**, 78 (1980).
- [190] K. Banaszek and K. Wódkiewicz, Phys. Rev. A **55**, 3117 (1997).

- [191] F. Marsili, V. B. Verma, J. A. Stern, S. Harrington, A. E. Lita, T. Gerrits, I. Vayshenker, B. Baek, M. D. Shaw, R. P. Mirin, and S. W. Nam, *Nature Photon* **7**, 210 (2013).
- [192] C. Cahall, K. L. Nicolich, N. T. Islam, G. P. Lafyatis, A. J. Miller, D. J. Gauthier, and J. Kim, *Optica* **4**, 1534 (2017).