PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM

Fizika Doktori Iskola

"Lézer- és plazmafizika, lézerek alkalmazásai" program

Ultrarövid fényimpulzusok szóródása hullámhossznál kisebb nanoréseken

PhD értekezés

Mechler Mátyás Illés

Témavezető:

dr. Kuhlevszkij Szergej a fizikai tudományok kandidátusa



PÉCS, 2007.

Tartalomjegyzék

1	Bevezetés			5	
2	Irodalmi áttekintés				
	2.1.	Erősített transzmisszió		8	
		2.1.1.	Felületi plazmon polaritonoknak tulajdonított erősített		
			transzmisszió	9	
		2.1.2.	Nem felületi plazmon polaritonoknak tulajdonított erősített transz-		
			misszió	10	
		2.1.3.	Vegyes eredetű erősített transzmisszió	11	
	2.2.	Ultrar	övid impulzusok diffrakciója nanostruktúrákon	14	
3	Elméleti alapok				
3.1. A diffrakció skalárelmélete		akció skalárelmélete	19		
		3.1.1.	Határfeltételek	19	
		3.1.2.	A Rayleigh-féle diffrakciós formulák	20	
		3.1.3.	A Rayleigh–Sommerfeld-elméletek és a Kirchhoff-elmélet	21	
3.2. A diffrakció elektromágneses elmélete		akció elektromágneses elmélete	22		
		3.2.1.	Határfeltételek	23	
		3.2.2.	Pontos diffrakciós formulák	24	
		3.2.3.	Közelítő elméletek	25	
		3.2.4.	Elektromágneses diffrakció végtelen résen	26	
	3.3.	Folyto	nos fény diffrakciója hullámhossznál kisebb lyukon	28	

TARTALOMJEGYZÉK 3					
	3.4.	Folytonos fény áthaladása véges vastagságú résen	30		
		3.4.1. Közelítő megoldás	36		
4	4 Célkitűzés				
5	A r	és körüli terek meghatározása	41		
	5.1.	Numerikus formulák az első és második térrészben	41		
	5.2.	Elektromágneses terek a rés előtt	43		
6 Analitikus transzmissziós formula					
	6.1.	Analitikus formula keresése	50		
	6.2.	Összehasonlítás a Rayleigh-féle térkifejtési modellen alapuló eljárással $\ .\ .$	53		
7	Ult	rarövid fényimpulzusok diffrakciója nanorésen	58		
	0 - 0		00		
	7.1.	Ultrarövid impulzusok leírása	5 9		
	7.1. 7.2.	Ultrarövid impulzusok leírása	59 60		
	7.1. 7.2.	Ultrarövid impulzusok leírása	59 60 60		
	7.1. 7.2.	Ultrarövid impulzusok leírása	 58 59 60 60 62 		
	7.1.7.2.7.3.	Ultrarövid impulzusok leírása	 58 59 60 60 60 62 68 		
	7.1.7.2.7.3.	Ultrarövid impulzusok leírása	 58 59 60 60 62 68 68 68 		
	7.1.7.2.7.3.	Ultrarövid impulzusok leírása	 59 60 60 62 68 68 72 		
ö	7.1. 7.2. 7.3.	Ultrarövid impulzusok leírása	 59 60 60 62 68 68 72 80 		
Ö	7.1. 7.2. 7.3. sszef	Ultrarövid impulzusok leírása	 59 60 60 62 68 68 72 80 82 		

Rövidítések

3D	háromdimenziós
EM	elektromágneses
FDTD	időtartománybeli véges differenciák mód-
	szere (Finite Difference Time Domain)
FPP	felületi plazmon polariton
ННК	hullámhossznál kisebb
LFP	lokalizált felületi plazmon
NSOM	közeltér pásztázó optikai mikroszkópia
	(Near-field Scanning Optical Microscopy)
TE	transzverzális elektromos
TM	transzverzális mágneses

1. fejezet

Bevezetés

A fényhullámok nanostrukturált optikai elemeken való szóródása az utóbbi évtized kedvelt kutatási területe. Az ilyen, hullámhossznál kisebb fém objektumokon való szóródás két, talán legérdekesebb tulajdonsága a rezonáns erősítés [1–18] és az optikai terek térbeli lokalizációja [19–50]. Az előbbi jelenséget felfedezése óta [1] számos tanulmány vizsgálta. Jelentősége abban rejlik, hogy ilymódon akár nagyságrendekkel nagyobb transzmisszió kapható, mint a nem rezonáns esetben. Az egyetlen apertúra, a rács, és a modulált apertúra (rovátkákkal körülvett apertúra), vagy közös néven a (fémrétegben kiképzett) nanostruktúrák különös figyelmet kaptak.

Az évtized másik fontos kutatási területe az ultragyors folyamatok illetve ultrarövid (piko- illetve femtoszekundumos időtartamú) fényimpulzusok vizsgálata. Megmutatták, hogy az optikai elemeken való áthaladás, szórás során megváltozhat az impulzus alakja és spektruma, ami számos jelenséghez vezet, mint például impulzus-kiszélesedés, illetve -összenyomás, időbeli késés vagy sietés, illetve spektrális eltolódás.

Az ultrarövid impulzusú lézerek gyors fejlődésével természetesen vetődött fel a kérdés: Hogyan változik egy ultrarövid impulzus a hullámhossznál kisebb apertúrákon való áthaladás során? A közelitér-optikai vizsgálatokban folytonos fény helyett ultrarövid impulzusokat használva, nanométeres térbeli és femtoszekundumos időbeli felbontást érhetünk el. Ezzel módunkban állna akár atomi, molekuláris méretű struktúrák mozgását, ezen mérettartományon és időskálán lezajló folyamatokat vizsgálni. Ebben a dolgozatban a folytonos fény és az ultrarövid impulzusok hullámhossznál kisebb nanorésen való áthaladását vizsgálom. Numerikus formulákat adok a rés előtti és résbeni térre, valamint egyszerű analitikus formulát adok meg a rés előtti és a rés mögötti térre. Az ultrarövid impulzusok Fourier-dekompozíciója segítségével megvizsgálom a szimultán időbeli és térbeli felbontás és erősített transzmisszió elérésének lehetőségét. Végül megmutatom, hogy nem diffraktált nyalábok segítségével a közeli zóna-beli jelenségek kiterjeszthetők a nem túl távoli zónára.

A dolgozat a következőképpen épül fel. A 2. fejezetben áttekintem a szakirodalomban a hullámhossznál kisebb réseken/rácsokon tapasztalt erősített transzmisszióval (2.1. szakasz) és az ultrarövid impulzusok nanorésen való áthaladásával (2.2. szakasz) kapcsolatban megjelent írásokat. A 3. fejezetben a dolgozat megértéséhez szükséges legfontosabb elméletekről lesz szó.

Az ezt követő fejezetek számolnak be a saját tudományos eredményekről. Az 5. fejezet az első és második térrészt leíró numerikus kifejezéseket illetve az erősített transzmisszióval való kapcsolatukat mutatja be. A 6. fejezetben analitikus formulákat adok az első és harmadik térrész-beli elektromágneses terekre, összehasonlítom a mások által korábban kapott félanalitikus formulával, illetve bemutatom a kifejezések limitációit. A 7. fejezet az ultrarövid impulzusok résen való áthaladását írja le. Bemutatom, hogy lehetséges az ultrarövid impulzusokat térben lokalizálni és erősíteni, illetve megmutatom a kapcsolatot az impulzusok erősített transzmissziója, az impulzus hossza (spektrális szélessége) és a transzmissziós rezonancia szélessége között.

2. fejezet

Irodalmi áttekintés

A kis apertúrákon való fényáthaladás a diffrakció-elmélet klasszikus problémája, egyike a fizikai optika legfontosabb eredményeinek. [51] A Huygens-elv, mely szerint a fény hullámfrontjának minden pontja másodlagos gömbhullámok kiindulási pontja, a klasszikus optika egyik sarokköve. Rayleigh kimutatta, hogy két objektum még felbontható, ha az egyik minta főmaximuma egybeesik a másik minta (első) minimumával. Például egy hagyományos mikroszkóp esetén a felbontási határra fennáll [52, 53]:

$$\delta = 0, 61 \frac{\lambda}{n \sin \omega},\tag{2.1}$$

ahol λ a fény hullámhossza, n a tárgy és az objektív közötti közeg törésmutatója, az ω apertúraszög pedig annak a nyílásszögnek a fele, mely alatt az objektív a tárgypontból látszik. [52]

1928-ban Synge bevezette a közeltéri mikroszkópia elvét [54]. Eszerint kellően kicsiny (szubnanométeres szélességű) rést használva javítani lehet az optikai mikroszkópia Rayleigh-féle felbontási határán. Természetesen akkor ilyen kicsiny rést még nem tudtak készíteni, Synge mégis előrevetített néhány, az ilyen rések alkalmazása esetén feltehetőleg fellépő problémát, többek között a kilépő fény igen kicsiny intenzitását, amely manapság a lézerek használatával megnövelhető, illetve a rés-minta távolság beállításának nehézségét, ami még napjainkban is nagy fontossággal bíró probléma. Synge ötletét Lewis és társai, valamint Pohl és társai valósították meg. 1984-ben Lewis és társai egy fémmel bevont, 30 nm-es szondán alapuló pásztázó közeltér mikroszkópról számolt be [55]. Ugyanabban az évben Pohl és társai a vizsgált objektum felszínén lévő 25 nm méretű struktúra extrém keskeny apertúrával való leképezhetőségéről tudósítanak [56].

1944-ben Bethe [57] a tökéletes vezető fémben kiképzett hullámhossznál kisebb (HHK) körapertúrákon való fényáthaladás problémáját vizsgálta, és megállapította, hogy a probléma a Rayleigh-szórással analóg (lásd 3.3. szakasz). Kevésbé ismert Levine és Schwinger Bethe cikke után négy évvel, 1948-ban megjelent írása [58]. Végtelenül vékony, végtelen kiterjedésű sík ernyőbe vágott apertúra esetén határozták meg a hullámfüggvényt annak apertúrabeli értéke alapján.

A fényhullámok nanostrukturált optikai elemeken való szóródása az utóbbi évtized kedvelt kutatási területe lett. Az ilyen, hullámhossznál kisebb fém objektumokon való szóródás talán legérdekesebb tulajdonsága a rezonáns erősítés és az optikai terek térbeli lokalizációja. Ugyancsak nagy fontossággal bírnak az ultrarövid (terahertzes, femtoszekundumos) impulzusok nanostruktúrán való áthaladását vizsgáló kísérletek és az ezen folyamatot modellező elméletek. Az alábbiakban ezen jelenségekkel kapcsolatos kísérleti megfigyelésekről és az azokat magyarázó (néha egymásnak ellentmondónak tűnő) elméletekről lesz szó.

2.1. Erősített transzmisszió

Az elektromágneses hullámok egyetlen apertúrán, apertúra-soron (rácson) illetve egyetlen, felületi struktúrákkal körülvett apertúrán tapasztalt szokatlan transzmissziója több éve az elméleti és kísérleti kutatások tárgya [1–11]. Szubmikrométeres körapertúrák fémrétegben kialakított rácsát vizsgálva azt találták [1], hogy az ilyen struktúra nagyon szokatlan nulladrendű transzmissziós spektrummal bír, ha a hullámhossz nagyobb a rács periódusánál. Az apertúrák átmérőjénél tízszer nagyobb hullámhosszaknál éles csúcsok jelentek meg a transzmisszióban; ezen maximumoknál a transzmisszió egynél nagyobb lehet (ha a lyuk felületére normált értéket vizsgáljuk), ami a standard apertúra-elmélet által jósolt értéknél több nagyságrenddel nagyobb. Az ilyen, erősített transzmisszió nagy hatékonyságú nanofotonikai eszközök tervezését teszi lehetővé. Azonban a megfigyelt jelenséget előidéző mechanizmus(ok) mibenlétét mindmáig nem sikerült egyértelműen meghatározni.

2.1.1. Felületi plazmon polaritonoknak tulajdonított erősített transzmisszió

A szokatlanul nagy transzmissziót elsőként Ebbesen és társai [1] mutatták ki HHK apertúrák periodikus rácsában. A transzmisszió messze meghaladta a standard apertúra elmélet [57] által jósolt értéket. A jelenséget a beeső fény és a gerjesztett felületi plazmon polariton¹ (FPP) módusok közötti rezonáns csatolásnak tulajdonították [1,9,12]. A FPP-ok gerjesztését számos geometriánál az erősített transzmisszió elsődleges forrásaként jelölték meg, így fémrétegben kialakított HHK lyukrácsoknál [1,9,59–63], felületi struktúrákkal (rovátkákkal) határolt HHK lyuknál [64–67], résekből álló rácsnál [21,68], egyetlen résnél [69, 70] és "bélelt" résnél (hullámhossz nagyságrendű résapertúrában elhelvezett, annak falaihoz légrés nélkül csatlakozó, azonos orientációjú ezüstrésnél) [71]. Krishnan szerint [63] az erősített reflexió is a felületi plazmonokhoz köthető, melyek frekvenciafüggő "szupertükörként" működnek. A szupertükör-effektust egyetlen, periodikus felületi struktúrával határolt lyuknál is megfigyelték. [67] Thio és társai kimutatták [64], hogy a felületi struktúrákkal (rovátkákkal) határolt HHK lyuk esetében az erősítés optimális geometriája a lyuk körüli periodikus koncentrikus körök; ebben az esetben a lyukra érkező fény háromszorosa távozik az apertúrából, a felületi plazmonok miatt pedig a spektrumban jellegzetes kettős rezonancia [66] figyelhető meg. Ha a rendszer veszteségeit (pl. hűtéssel) csökkentjük, a rezonáns transzmisszió több nagyságrenddel növelhető; Dykhne és társai 10^4 nagyságrendű erősítést mutattak ki; ekkor azonban már az optikai nemlinearitások is fontossá válnak. Réseknél Yang és Sambles rezonancia esetén a beeső sugárzásnál két nagyságrenddel nagyobb transzmissziót jeleztek előre [71].

Rácson áthaladó femtoszekundumos impulzusok valódi fémekre vonatkozó Drude-modellel kiegészített 3 dimenziós (3D) FDTD (finite difference time domain) szimulációjával a fény-

¹Felületi plazmon v. FPP: felületi elektromágneses hullámok, amelyek a fém-dielektrikum (fémvákuum) határfelület mentén terjednek.

áthaladás idejét is vizsgálták [60]. (A Drude modellben a frekvenciafüggő dielektromos függvényt $\epsilon(\omega) = \epsilon_0 \epsilon_{\infty} + \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{i\omega \nu - \omega^2}$ alakban szokás megadni, ahol ω_p a plazmafrekvencia, ν a csillapítási frekvencia, ϵ_{∞} az egyenáramú dielektromos állandó, ϵ_0 a permittivitás.) A fény két különböző transzmissziós csatornán haladhat át a rácson. Egy része a lyukakon jut át, majd diffraktálódik. Ennek áthaladási ideje elhanyagolhatóan csekély. Másik része a FPP rezonanciák csatolása révén transzmittálódik. Kellően kicsiny lyukátmérők esetén erős csatolás lép fel a FPP Bloch-módusok között. A FPP transzmissziós rezonanciák erősíthetők a csatolás optimalizálásával.

2.1.2. Nem felületi plazmon polaritonoknak tulajdonított erősített transzmisszió

A fentiekben a FPP-gerjesztés miatt létrejövő erősített transzmisszióról volt szó; azonban a kapcsolódó publikációk másik része ezek pozitív szerepét megkérdőjelezik [3,13–18], sőt, akár negatív szerepére mutatnak rá [7].

Baida és Labeke a gyűrű alakú HHK apertúra-rács leírására alkalmazott 3D FDTD algoritmus segítségével kimutatott 600-szoros amplitúdót a koaxiális struktúrában kialakuló vezetett módusoknak tulajdonítja [13].

García de Abajo és társai Babinet-elven alapuló numerikus és analitikus számításokkal megmutatták [14], hogy még tetszőlegesen kicsiny lyukak esetében is tapasztalható 100 %os transzmisszió, illetve tetszőlegesen kicsiny szóró objektumokból alkotott rácsról is tapasztalható 100 %-os visszaverődés bizonyos rezonáns hullámhosszak esetén, ami a lyukak közötti nagy távolságú dipól-dipól kölcsönhatásban létrejövő fázis-akkumulációnak tulajdonítható.

Borisov és társai szerint [15] a kvantummechanikából ismert szórási elméleten alapuló általános elvek (hosszú élettartamú kvázistacionárius sajátállapotok) segítségével magyarázható a nanostruktúráknál tapasztalt szokatlan transzmisszió és reflexió; az ilyen állapotok a szóró objektumban csapdázott kvázistacionárius elektromágneses (EM) módusoknak felelnek meg.

2. FEJEZET: IRODALMI ÁTTEKINTÉS

A pontos Green-tenzor formalizmus segítségével modellezett véges vastagságú, véges vezetőképességű vékony lemezekben lévő HHK réseken való fényáthaladás Schouten és társai által végrehajtott vizsgálata során a fémek esetén kapott erősített transzmissziót a hullámvezető-módusok Fabry-Pérot rezonanciáival magyarázták. [16]

Véges számú rovátkával határolt HHK résen való fényáthaladás elemzésével García-Vidal és társai arra az eredményre jutottak [22], hogy az erősített transzmisszióért három folyamat felelős: a rovátkákban kialakuló üregmódusok gerjesztése, a rovátkákból történő azonos fázisú újrakisugárzás, illetve a résbeli hullámvezető módusok gerjesztése. Ezek megfelelő hangolásával akár két nagyságrend erősítés is elérhető a fenti három folyamat egybeesésekor (ezüstréteg esetén 40-szeres erősítést mutattak ki kísérletileg). Téglalap alakú résen áthaladó folytonos fényt is vizsgáltak. [72] Azt találták, hogy a hullámvezető levágási hullámhosszához közel a rések transzmissziós rezonanciát mutatnak. A téglalap alakú rés rövidebbik oldala irányába mutató elektromos tér esetén a téglalap területére normalizált transzmisszió a rezonanciáknál arányos a hosszú és a rövid téglalap-oldalak hányadosával, valamint a résbeli dielektromos állandóval. Az eredmények jó egyezést mutatnak a kísérletekben tapasztaltakkal [73]; azonban míg Degiron és társai a lokalizált felületi plazmonok gerjesztésével magyarázzák az erősített transzmissziót, a García-Vidalféle modellben azok nem szerepelnek.

Végül Cao és Lalanne a FPP rezonanciák erősített transzmisszióban játszott negatív szerepét mutatták ki [7]. A csatolt hullám elmélettel is alátámasztott analitikus, rácsokra vonatkozó modell kimutatta, hogy a hullámvezető módusok és a diffrakció felelős a szokatlanul nagy transzmisszióért. A kettős anyagú ("bélelt"; az értelmezést ld. feljebb) résrendszerre vonatkozó számítás azt is kimutatta, hogy a transzmisszió közel zérus a FPP-ok gerjesztett állapota esetén, tehát azok ellentétes hatást fejtenek ki a transzmisszióra.

2.1.3. Vegyes eredetű erősített transzmisszió

Vannak olyan esetek is, melyekben a FPP rezonanciák mellett más jelenségek is szerepet játszanak az erősített transzmisszióban [9,74–77].

Porto és társai [9] a nagyon keskeny és mély résekből álló, fémes transzmissziós rácsok

2. FEJEZET: IRODALMI ÁTTEKINTÉS

esetén a rács periódusánál jelentősen nagyobb hullámhosszakra kimutatott transzmissziós rezonanciákat a móduskifejtésen alapuló kvázianalitikus modell és a transzfermátrix formalizmus alapján két módon magyarázták: egyrészt a csatolt FPP-ok mindkét felületen történő gerjesztésével, melyek képesek újra kibocsátani az elnyelt fényt, másrészt a beeső síkhullám és a résbeli hullámvezető rezonanciák közötti csatolással. Mindkét mechanizmus vezethet majdnem tökéletes átvitelhez. A kétféle rezonanciát elsősorban geometriai tényezők befolyásolják: a transzmissziós csúcsok helyét a rács periódusa és a rések vastagsága, míg a vonalszélességet a rések szélessége határozza meg.

Stavrinou és Solymár a pontos csatolt hullám módszer segítségével határozta meg az elektromos és mágneses teret HHK résekből álló 2D fémrácsban [74]. Porto és társai eredményeihez hasonlóan [9] a FPP és a hullámvezető módus (waveguide mode, WGM) rezonanciáknak tulajdonítják az erősített transzmissziót. FPP rezonanciák esetén az energiaáram a fém felülete mentén jut el a réshez, ahol a térerősség vonalak élesen befordulnak a résbe. Valójában csak egy rácsállandótól függő távolságon belüli tartományból érkező energia jut el a réshez; a maradék a fémben elnyelődik. Ugyancsak megfigyeltek örvényeket. WGM rezonanciák esetén az erővonalak egyenesen haladnak az ernyőig, ahol az előbbi esetnél jóval kevésbé éles fordulattal a rés felé fordulnak.

Barbara és társai a téglalap alakú résekből képzett, HHK fémrácson áthaladó TM-polarizált² infravörös sugárzás esetén mért erősített rezonáns transzmissziót a rezonáns hullámvezető módusok üregbeli gerjesztésével, illetve a rés feletti kellően nagy EM tér esetén FPP gerjesztéssel magyarázták [75]. Az eredetileg Sheng által [78] megalkotott, egzakt modális kifejtésen alapuló, általuk továbbfejlesztett modell a beeső oldalon jelenlévő plazmonok gerjesztésével magyarázza az eredményeket.

Degiron és társai a periodikus rácsban jelenlévő egyes apertúrák lokalizált felületi plazmon³ (LFP) módusainak a rácsokra jellemző transzmissziós csúcsok kialakításához való hozzájárulását mutatták ki [76]. Ugyan a FPP-okat tartják a rácsra jellemző transz-

²TM (vagy p)-polarizáció: a mágneses tér merőleges a beesési síkra.

³Lokalizált felületi plazmon: nanométeres méretű fém struktúrákban tapasztalt felületi elektromágneses hullám.

missziós spektrumot kialakító elsődleges tényezőnek, a LFP-ok hozzájárulása sem elhanyagolható; továbbá az apertúrák levágási függvénye is erőteljesen befolyásolja a végső transzmissziós intenzitást.

A magyarázatok többfélesége részben értelmezhető a vizsgált geometriák és a megvilágító fény polarizációjának különbözőségével. A rések fizikája alapjaiban különbözik a lyukakétól, tehát az előbbit leíró elméletek nem alkalmasak az utóbbiak leírására. Réseknél TM-polarizációnál mindig létezik egy terjedő módus, TE-polarizációnál⁴ azonban nem. Továbbá azt sem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy milyen anyagú ernyő szerepel az erősített transzmissziót leírni kívánó elméletben. Gordon 2006-os cikkében egyszerű kifejezések segítségével bizonyította [77], hogy TM-polarizált fény HHK rácson való áthaladása során egy valódi fémből készült ernyő és egy tökéletes vezető ernyő esetén az előbbiben jelenlévő FPP-ok miatt a transzmisszió és reflexió szignifikánsan különbözik. Minél keskenyebb a rés, illetve minél kevésbé negatív a fém relatív permittivitása, annál nagyobb a résbeli módus effektív indexe, ami a módusreflexió amplitúdójának és fázisának változásához vezet.

Végül érdemes megemlíteni, hogy rezonáns transzmisszió nemcsak HHK apertúrákon áthaladó fény esetén mutatható ki, hanem hideg atomok hasonló nanostruktúrákon való áthaladásánál is [79, 80]. Ebben az esetben a felületi anyaghullámok rezonáns csatolása felelős a jelenségért; ily módon rubídium atomok de Broglie-hullámhossznál keskenyebb réseken való 100%-os transzmisszióját mutatták ki elméletileg. [79] 2006-ban azt is kimutatták [80], hogy a rezonáns erősítés illetve a transzmissziós görbében tapasztalt jelenségek és anomáliák a felületi anyaghullámok illetve felületi plazmonok nélkül, egyszerűen a diffraktált hullámok távoli téri interferenciájával is értelmezhetőek.

 $^{{}^{4}\}mathrm{TE}$ (vagy s)-polarizáció: az elektromos tér merőleges a be
esési síkra.

2.2. Ultrarövid impulzusok diffrakciója nanostruktúrákon

A kondenzált anyagokban és molekulákban lezajló számos alapvető fizikai folyamat a piko- illetve femtoszekundumos időskálán történik; ilyen többek között a molekulák vibrációs mozgása, a félvezetők sávszerkezetében a töltéshordozók átrendeződése, vagy az elektronok mozgása fémekben. A legtöbb, femtoszekundumos felbontású kísérletben a dinamikai folyamatokról szerzett információ térben átlagolt. Az átlagolás tipikusan 10-100 μ m átmérőre (az ultrarövid lézerimpulzus átmérőjére) történik. Ez az átlagolás különösen zavaró, ha a folyamatot nanostrukturált anyagban vizsgáljuk; ilymódon elveszik a térbeli információ. Ezért a femtoszekundumos időbeli és nanométeres térbeli felbontású technikák fejlesztése különösen fontos.

Több nem optikai pásztázó technika (pásztázó alagút és pásztázó atomi erő mikroszkópia) is alkalmas nanométeres térbeli felbontás elérésére (lásd pl. [81]). Eme technikák időbontott változatai azonban erősen függenek a mérőeszközök elektronikájának sebességétől. Femtoszekundumos felbontású NSOM-kísérletekről azonban már több csoport is beszámolt [82–88].

Siegner 2001-es munkája két metódust ismertet ultranagy optikai felbontás elérésére térben és időben. [89] A módszerek az apertúrán áthaladó elektromágneses hullámcsomag Fourier-kifejtésében megjelenő levágási frekvencián alapulnak. Ez az impulzus kiszélesedéséhez, tehát időbeli felbontás-csökkenéshez vezet. A cikk szerint ultranagy időbeli és térbeli optikai felbontás egyidejűleg egy ultrarövid központi hullámhosszú impulzussal és/vagy a fényforrás és a minta közötti távolság csökkentésével érhető el.

Terahertzes impulzusok periodikusan kialakított gyűrűalakú rovátkákkal körülvett lyukon való erősített áthaladása esetén kimutatták [90], hogy megfelelő fázisfeltételek mellett erősítés lép fel. Az egyedi rovátkák a beeső impulzus jelentős részét felületi hullámimpulzusként csatolják. Hibák (hiányzó rovátkák) esetén a hibáknak megfelelő helyen csillapított (elfojtott) oszcillációt tapasztaltak. Ezek optimalizálása impulzusalakításra alkalmas.

2. FEJEZET: IRODALMI ÁTTEKINTÉS

Ugyancsak terahertzes impulzusok nagyon vastag fémernyőben HHK résekből kialakított rácson való áthaladása esetén impulzus késést és erősített nem rezonáns transzmissziót figyeltek meg [91]. Ebben az esetben a nulladrendű diffrakció és a felületi plazmon polaritonok (FPP) csatolása magyarázza a jelenséget. Azt tapasztalták, hogy minél kisebb a rések szélessége, annál erősebb transzmissziós spektrum kapható.

Müller és Lienau [92] külső köpenyréteggel rendelkező, trapéz geometriájú szálon áthaladó 10 fs-os, 805 nm központi hullámhosszú impulzust vizsgált FDTD modellel. A számítást mind s-, mind p-polarizáció esetén elvégezték; az időbeli alak erős módosulását, spektrális (kék)eltolódást és impulzus kiszélesedést tapasztaltak. S-polarizáció esetén nagyobb térbeli felbontást és a mintával való interferencia miatt hatékony lokális EM tér leképezést jósoltak.

30 fs-nál hosszabb impulzusok 65 nm átmérőjű, fémköpennyel (Al vagy Au) bevont, üreges, piramidális geometriájú közelitéri szondán való áthaladása során viszont Labardi és társai [93] azt találták, hogy a szonda elhanyagolható mértékben módosítja azokat, az impulzushossznak és az átmérőnek megfelelő térbeli és időbeli lokalizációt téve lehetővé.

Periodikus nanorácsok esetében is kimutatták a femtoszekundumos impulzusok késését [94–96]. 100 fs-os impulzus kiszélesedését, késését és pozitív fáziskésését detektálták a rácson való áthaladás során. Azt is kimutatták, hogy a 10 fs-os impulzusnál [95] illetve az alacsony transzmissziójú spektrális régiókban (Wood-anomália stb.) [94,96] impulzussietés és az impulzus deformációja tapasztalható. Hosszabb impulzusok esetén azok keskenyebb sávszélessége miatt nagyobb transzmissziót jeleztek előre. Kimutatták továbbá, hogy a maximális transzmisszió helye és a transzmissziós csúcs szélessége függ a rács periodicitásától. Az általuk adott modell nem tökéletes vezető leírására is alkalmas (Drude-modellel kiegészítve).

Stavrinou és Solymár [96] a pontos csatolt hullám analízis segítségével azt mutatták meg, hogy a hosszú impulzus a folytonos fényhez hasonló viselkedést mutat, míg a rövid impulzusnál nem rezonáns komponensek is megjelennek. Analízisük szerint az impulzus időbeli késése az impulzus hosszától függ (a hosszabb impulzusnál nagyobb késést tapasztaltak). A késést a résparaméterek is módosítják: keskenyebb résre kisebb késést tapasztaltak. Dogariu és társai azt is megmutatták [97], hogy az egyetlen nano-apertúra nem eredményez jelentős impulzuskésést vagy spektrális módosulást. Véleményük szerint ilyen spektrális tulajdonsággal a rácsok rendelkeznek. Véletlen lyukrácsnál sem tapasztaltak időkésést.

Amint arról a 2.1. szakasz végén is szó volt, a használt anyagok milyensége is számít. Pack és társai [98] különböző beesési szög esetén ideális vezető, alumínium illetve ezüst köpennyel burkolt hengeres üvegszálon áthaladó femtoszekundumos impulzusokat vizsgált numerikusan véges integrációs módszerrel. A szerzők szerint mind a fázis-, mind a csoportsebesség szuperluminaritást mutat a közeli térben. A sebességek maximumai illetve bizonyos szögértékeknél tapasztalt negatív értékei a különböző fémekre jellemző karakterisztikát adnak. Ugyancsak a valódi fémek esetén erős impulzusdeformáció és jelentősen módosult intenzitáseloszlás jellemző.

Borisov és Shabanov szintén valódi (Drude) fémekből készített nanostrukturákat vizsgált. Transzmissziós és reflexiós rácsokon áthaladó femtoszekundumos impulzusok vizsgálatára dolgoztak ki numerikus algoritmust a lineáris passzív közegekre vonatkozó Maxwellelméletre alapozva [99]. Az algoritmus hosszú élettartamú rezonánsan gerjesztett EM teret mutatott ki a résben (25 fs-os gerjesztésnél 125 fs-os lecsengés). A beeső p-polarizált Gauss-alakú hullámcsomag nyomán a transzmissziós koefficiensben keskeny rezonanciák jelentek meg; növekvő vastagsággal a rezonancia csúcsok száma nőtt. A korábbi, tökéletes vezetőre végrehajtott számításokkal [21,68] jó egyezést kaptak; eltérés a fém által elnyelt sugárzás miatt fellépő transzmisszió csökkenésben mutatkozott.

Sok esetben az impulzus nem tökéletes, közegen való áthaladása előtt és után a burkolója és időfüggő fázisa különböző. Az impulzusnak az anyagon elsőként áthaladó része (leading edge) megváltoztatja az anyag tulajdonságait, így a közeg másként hat kölcsön az impulzus végével (trailing edge), tehát az anyag abszorpciója és erősítése időfüggővé válik. Emiatt az impulzus különböző részei különböző optikai úthosszat "látnak", ami időfüggő fázisváltozáshoz (csörphöz⁵) vezet. [100]

Peng és társai [101] ilyen, apertúrán áthaladó csörpölt ps-os impulzusokat vizsgáltak. Ki-

⁵a "chirp" angol kifejezés magyar fonetikus leírása

2. FEJEZET: IRODALMI ÁTTEKINTÉS

mutatták, hogy a csörp növelése a nyalábsugár csökkenéséhez vezet a távoli zónában. Mitrofanov és társai szintén csörpölt, ps-os impulzusok vastag aranyrétegben kiképzett résen való áthaladását vizsgálták a terahertzes tartományban [102, 103]. A kísérletben használt negatívan csörpölt impulzusnál időbeli sietést tapasztaltak, míg a csörp nélküli esetben nem tapasztaltak szuperluminaritást. Igazolták továbbá, hogyha a központi hullámhossz közelítőleg egyenlő az apertúra méretének kétszeresével ($\lambda_c \approx 2d$), a spektrum keskenyebb lesz, tehát az impulzus időben kiszélesedik; $\lambda_c \gg 2d$ esetén viszont a transzmisszió a kisebb hullámhosszakra nagyobb, ezért az impulzus nemcsak kiszélesedik, de torzul is.

A legtöbb esetben a réshez közeli zónában vizsgálják az impulzusalakot. Liu és Lü azonban a távoli téri idő- és térbeli viselkedést tanulmányozta [104]. A komplex analitikus szignál reprezentáció segítségével meghatározott terjedési egyenletet Poisson-típusú impulzusokra alkalmazva impulzus-kiszélesedést és (Müller és Lienau eredményével [92] szemben) vöröseltolódást jeleztek előre.

Osszegezve, a nagy térbeli és időbeli felbontást egyidejűleg nyújtó elrendezések – nanostrukturált objektumon áthaladó ultrarövid impulzust használó rendszerek – kutatása során a paraméterektől függően impulzuskésést vagy -sietést, alaktorzulást, spektrális eltolódást és a legtöbb esetben spektrális összenyomást, azaz időbeli kiszélesedést tapasztaltak; a jelenségek fokozottan jelentkeztek rövid impulzusok esetén. Csörpölt impulzusoknál továbbá a csörp növelése a nyalábsugár csökkenéséhez vezetett.

3. fejezet

Elméleti alapok

Az apertúrákon történő diffrakcióról általában a Fraunhofer és Fresnel-diffrakció jut az eszünkbe. A Fraunhofer-féle diffrakciós elmélet az apertúrákon való fényáthaladást azon feltétel mellett vizsgálja, hogy az apertúra és a megfigyelési sík közötti terjedési távolság kellően nagy, illetve a megvilágítás is kellő távolságból történik. Fresnel-diffrakcióról akkor beszélünk, ha az apertúrát véges távolságról világítjuk meg. Ezek az elméletek azonban a HHK rések esetén nem alkalmazhatók. A Helmholtz-egyenlet adott határfeltételek mellett történő pontos megoldásán alapuló diffrakciós elméletek a fenti elméleteknél matematikailag jelentősen bonyolultabbak. Egzakt megoldás csak néhány struktúra esetén található.

Ebben a fejezetben a sík, átlátszatlan ernyőben kialakított apertúrán diffraktálódó fényt leíró elméletek néhány alapvető aspektusát tárgyaljuk. Szó lesz a skalár és az elektromágneses esetről; rámutatunk a kettő közötti fontosabb különbségekre. A diffrakció közelítő elektromágneses elméletének kifejezéseiben számos olyan elem szerepel, melyek a skalár elméletből hiányoznak (pl. a Maxwell-egyenleteket ki nem elégítő vektorelmélethez juthatunk). A fény elektromágneses diffrakciójával Török Péter és kollégái is foglalkoztak. [105–107] Az alábbiakban leírt elméletek megtalálhatók a szakirodalomban is [51, 53, 108–110].

3.1. A diffrakció skalárelmélete

Elsőként az optikai tereket leíró skalárelméletről lesz szó. Kétdimenziós diffrakciónál ez a leírás teljességgel megfelelő.

Legyen az apertúrára érkező skalár tér monokromatikus: $U^{i}(\mathbf{r},t) = U^{i}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$, ahol $\mathbf{r} = (x, y, z)$ a helyvektor, ω a frekvencia; a fény a z > 0 térfélből érkezik a sík, végtelenül vékony, átlátszatlan E ernyőbe vágott S apertúrára. Maga az ernyő a z = 0 síkban helyezkedik el. A teret a rés előtt és mögött leíró függvényeknek igazzá kell tenniük a szabadtéri Helmholtz-egyenletet:

$$k^{2}U^{i}(\mathbf{r}) + \Delta U^{i}(\mathbf{r}) = 0 \qquad \text{és} \qquad k^{2}U(\mathbf{r}) + \Delta U(\mathbf{r}) = 0, \tag{3.1}$$

ahol $U(\mathbf{r})$ a teljes tér, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ a Laplace-operátor, k pedig a szabadtéri hullámszám, melyre: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ (c a fénysebesség, λ a hullámhossz).

3.1.1. Határfeltételek

Az $U(\mathbf{r})$ tér meghatározásához meg kell adnunk a z = 0 apertúrasíkban a teret leíró határfeltételeket. A fényt leíró skalár tér és annak deriváltjai is folytonosak a szabad tér minden pontjában; ugyanennek teljesülését feltételezzük az apertúrában a térre és zirányú deriváltjára:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{+}) = U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) \partial_{z} U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{+}} = \partial_{z} U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{-}} \end{cases} \text{az apertúrában}$$
(3.2)

 $\mathbf{r}_{\parallel} = (x, y)$ az ernyővel párhuzamos síkokat határoz meg. E felületén kétféle, egymástól eltérő határfeltétel szabható a skalár térre:

1. Dirichlet-feltétel:

$$U_D(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = 0 \qquad \text{az ernyőn } (,, \text{lágy" ernyő}) \tag{3.3}$$

2. Neumann-feltétel:

$$\partial_z U_N(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0} = 0$$
 az ernyőn ("kemény" ernyő) (3.4)

A kétféle feltétellel megadható ernyők átlátszatlanok, mert az energiafluxus vektor merőleges komponense azonosan zérus az ernyőn. A (3.2) folytonossági feltételekkel együtt mindkét határfeltétel teljesen leírja a z = 0 síkban elhelyezkedő apertúrán áthaladó teret. A résben a Dirichlet-típusú ernyőre fennáll:

$$\partial_z U_D(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0} = \partial_z U^i(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0}, \qquad (3.5)$$

Neumann-típusú ernyőre pedig:

$$U_N(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = U^i(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) \tag{3.6}$$

Tehát a Dirichlet-típusú ernyő a (3.3) és (3.5) egyenleteket teszi igazzá, míg a Neumanntípusúra (3.4) és (3.6) áll fenn.

Ezek a határfeltételek még adott beeső tér esetén sem határozzák meg egyértelműen az $U(\mathbf{r})$ teret, végtelen számú megoldást adnak [108]. Folytonosan változó közegben ez a "nem egyértelműség", mely az apertúra éles pereme miatt lép fel, nem tapasztalható. Fizikailag azonban a végtelen sok megoldás közül csak egy elfogadható. A többiben megjelenő szingularitások a sugárzás elsődleges forrásává válnak. Az élekre (az apertúra peremére) vonatkozó feltételek alkalmazása lehetővé teszi a helyes megoldás meghatározását [108].

3.1.2. A Rayleigh-féle diffrakciós formulák

Ha a határérték problémát sikerült megoldani $(U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) \text{ ismert } \forall \mathbf{r}_{\parallel} \in (S + E)$ értékre a rés mögött), az első Rayleigh-féle diffrakciós formula a következő alakban adja meg a $z \leq 0$ féltérben az $U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)$ (tulajdonképpen $U(\mathbf{r})$)teret:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{S+E} U(\mathbf{r}_{\parallel}', 0^{-}) \partial_{z} G(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}', z) d^{2} r_{\parallel}', \qquad (3.7)$$

aholS+E a $z=0^-$ síkot jelöli, $G({\bf r}_{\parallel},z)$ pedig a szabad térbeli 3D Green-függvény:

$$G(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = G(\mathbf{r}) = \frac{e^{ikr}}{r}, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$
(3.8)

melyre a végtelenben igaz a sugárzási feltétel.

Hasonló alakú a második Rayleigh-féle diffrakciós formula, melynél a $\partial_z U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{-1}}$ derivált értéke ismert $\forall \mathbf{r}_{\parallel} \in (S + E)$ -re:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{S+E} \partial_{z'} U(\mathbf{r}_{\parallel}', z')|_{z'=0^{-}} G(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}', z) d^{2}r_{\parallel}'.$$
 (3.9)

A két érték együttes ismerete esetén a két formula lineáris szuperpozíciója is helyes eredményre vezet:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{S+E} \left[C \cdot U(\mathbf{r}_{\parallel}', 0^{-}) \partial_{z} G(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}', z) + (1-C) \cdot \partial_{z'} U(\mathbf{r}_{\parallel}', z') |_{z'=0^{-}} G(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}', z) \right] d^{2} r_{\parallel}', \qquad C \in \mathbb{R}.$$
(3.10)

3.1.3. A Rayleigh–Sommerfeld-elméletek és a Kirchhoff-elmélet

A fenti diffrakciós formulákkal meghatározhatjuk az $U(\mathbf{r}_{\parallel})$ teret a $z \leq 0$ féltérben az $U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-})$ vagy $\partial_z U(\mathbf{r})|_{z=0^{-}}$ értékekből. Ezeket általában közelítő értékekkel szokták helyettesíteni; ilyen értékeket adnak a szakaszcímben szereplő elméletek, melyeket az optikában a leggyakrabban használnak.

Az első típusú Rayleigh–Sommerfeld-elmélet szerint a (3.7) első Rayleigh-féle diffrakciós formulában szereplő $U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)$ teret az

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = 0, \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E,$$

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0), \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S$$
(3.11)

kifejezésekkel szokták figyelembe venni az apertúrában és az ernyőn. Ezekkel (3.7) a következőképpen módosul:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{S} U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) \partial_{z} G(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}', z) d^{2} r_{\parallel}'$$
(3.12)

A második típusú Rayleigh–Sommerfeld-elmélet a deriváltakra határoz meg összefüggéseket az ernyőn és az apertúrában:

$$\partial_{z} U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{-}} = 0, \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E,$$

$$\partial_{z} U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{-}} = \partial_{z} U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0}, \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S,$$
(3.13)

amellyel a (3.9) egyenlet:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{S} \partial_{z'} U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}', z')|_{z'=0} G(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}_{\parallel}', z) d^{2}r_{\parallel}'$$
(3.14)

Végül a Kirchhoff-elmélet a fenti határfeltételeket együtt alkalmazza:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = 0 \\ \partial_{z}U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{-}} = 0 \\ U(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) \\ \partial_{z}U(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0^{-}} = \partial_{z}U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, z)|_{z=0} \\ \rbrace \mathbf{r}_{\parallel} \in S$$

$$(3.15)$$

amellyel C = 1/2 helyettesítéssel élve a (3.10) egyenletben:

$$U(\mathbf{r}_{\parallel},z) = -\frac{1}{4\pi} \int_{S+E} \left[U(\mathbf{r}_{\parallel}',0^{-})\partial_{z}G(\mathbf{r}_{\parallel}-\mathbf{r}_{\parallel}',z) + \partial_{z'}U(\mathbf{r}_{\parallel}',z')|_{z'=0} - G(\mathbf{r}_{\parallel}-\mathbf{r}_{\parallel}',z) \right] d^{2}r_{\parallel}' = -\frac{1}{4\pi} \int_{S} \left[U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}',0)\partial_{z}G(\mathbf{r}_{\parallel}-\mathbf{r}_{\parallel}',z) + \partial_{z'}U^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}',z')|_{z'=0} - G(\mathbf{r}_{\parallel}-\mathbf{r}_{\parallel}',z) \right] d^{2}r_{\parallel}'. \quad (3.16)$$

A fenti eredményekkel kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy míg a tér és annak deriváltjai ismeretében a 3.1.2. szakaszban bemutatott formulák azonos eredményre vezetnek, addig a közelítések miatt a (3.12), (3.14) és (3.16) formulák különböző értékeket adhatnak.

3.2. A diffrakció elektromágneses elmélete

Tekintsünk egy, a z > 0 féltérből érkező, ω frekvenciájú monokromatikus EM-teret, mely a sík, átlátszatlan E ernyőben lévő S apertúrára esik; S a z = 0 síkban van. A szabad térben a következő, időharmonikus, forrásmentes Maxwell-egyenletek írják le az $\mathcal{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ és $\mathcal{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$ elektromos és mágneses terek terjedését:

$$\nabla \times \mathcal{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$$
(3.17a)

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$$
(3.17b)

- $\nabla \cdot \mathcal{E} = 0 \tag{3.17c}$
- $\nabla \cdot \mathcal{H} = 0 \tag{3.17d}$

ahol ϵ_0 az elektromos permittivitás, μ_0 a mágneses permeabilitás a szabad térben. [53] Az elektromos és mágneses terek mindegyike igazzá teszi a Helmholtz-egyenletet is:

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \qquad (3.18a)$$

$$\Delta \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0.$$
 (3.18b)

Ezek és a határfeltételek együtt lehetővé teszik a tér leírását a rés előtt és mögött. Ez a megoldás nem egyértelmű; a fizikailag értelmes megoldást ebben az esetben is az élre (az apertúra csúcsaira) vonatkozó feltételek felhasználásával találhatjuk meg.

3.2.1. Határfeltételek

Következő lépésként tehát a z = 0 síkban határozzuk meg a határfeltételeket. A folytonossági feltételek a következők:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{+}) \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S,$$
(3.19a)

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = \mathbf{H}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{+}) \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S.$$
(3.19b)

Mivel a későbbiekben bemutatásra kerülő, általunk használt modell tökéletes vezetőt feltételez, csak ezzel az esettel foglalkozunk itt is. A mágneses tér ernyőre merőleges és az elektromos tér ernyővel párhuzamos komponense az ernyőn zérus:

$$\mathbf{n}_z \times \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = \mathbf{0} \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E,$$
 (3.20a)

$$\mathbf{n}_{z} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = 0 \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E, \tag{3.20b}$$

ahol $\mathbf{n}_z = (0, 0, 1)$ az ernyőre merőleges egységvektor. A (3.19) és (3.20) egyenletekből következik, hogy magában az apertúrában a mágneses tér ernyővel párhuzamos komponensei és az elektromos tér ernyőre merőleges komponense megegyezik az ernyő nélkül tapasztalhatóval:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0), \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S, \tag{3.21a}$$

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0), \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S.$$
(3.21b)

3.2.2. Pontos diffrakciós formulák

A $z \leq 0$ féltérben jelenlévő EM tér kiszámítása az első Rayleigh-féle diffrakciós formula alapján akkor lehetséges, ha az EM tér minden komponensét ismerjük a $z = 0^-$ sík minden egyes pontjában; ekkor a (3.7) egyenlet annyiban módosul, hogy az U skalár függvény helyett az $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$ és $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$ vektorterek szerepelnek.

Ha az ernyőn nem az EM tér komponenseinek, hanem azok deriváltjainak értéke ismert a $z = 0^-$ sík minden pontjában, a második Rayleigh-féle diffrakciós formula alkalmazható; a különbség itt is csupán az U skalár tér \mathcal{E} és \mathcal{H} vektorterekre való cseréje.

Mindkét fenti módszer egzakt, azonban az egyes módszerekhez tartozó hat egyenlet közül csupán kettő független (a Maxwell-egyenletek miatt).

Ugyancsak ügyelni kell arra, hogy a megoldások során használt közelítések fizikailag értelmes eredményt adjanak; az első típusú Rayleigh–Sommerfeld-féle elméletet az elektromágneses térre alkalmazva például divergenciával rendelkező (a 3.2. szakaszban felírt időharmonikus, forrásmentes Maxwell-egyenleteknek ellentmondó) elektromos térhez jutunk.

A $z \leq 0$ féltérben kifejezhetjük az elektromos és mágneses teret a $z = 0^-$ síkban ismert tangenciális elektromos vagy mágneses térrel:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}_{\parallel},z) = \frac{1}{2\pi} \nabla \times \int \left[\mathbf{n} \times \mathbf{f}(\mathbf{r}_{\parallel}',0^{-}) \right] G(\mathbf{r}_{\parallel}-\mathbf{r}_{\parallel}',z) d^{2}\mathbf{r}_{\parallel}', \qquad (3.22a)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}_{\parallel},z) = -\frac{1}{2\pi k} \nabla \times \nabla \times \int \left[\mathbf{n} \times \mathbf{f}(\mathbf{r}_{\parallel}',0^{-})\right] G(\mathbf{r}_{\parallel}-\mathbf{r}_{\parallel}',z) d^{2}\mathbf{r}_{\parallel}', \qquad (3.22b)$$

ahol $\mathbf{f} = \mathbf{E}$ és $\mathbf{g} = \mathbf{H}$ az első esetben (elektromos tér ismert), és fordítva: $\mathbf{f} = \mathbf{H}$ és $\mathbf{g} = \mathbf{E}$ a második esetben (mágneses tér ismert).

A (3.22) egyenletek szerinti elektromos és mágneses terekre igazak a Maxwell-egyenletek. A négy egyenlet lineáris kombinációja szintén alkalmas az EM tér meghatározására, ha a $z = 0^{-}$ síkon mind az elektromos, mind a mágneses tér ismert.

3.2.3. Közelítő elméletek

Nehéz meghatározni az elektromos vagy mágneses terek bármelyikét az \mathbf{r}_{\parallel} vektor minden értékére a $z = 0^-$ síkon. Ezért ugyanúgy, mint a skalár elméleteknél, közelítő elméleteket szokás alkalmazni.

Az ún. "m-elmélet" szerint¹ az elektromos tér tangenciális komponense az ernyőn zérus:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_m(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^-) = \mathbf{0}, \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E,$$
 (3.23a)

míg az apertúrában a beeső tér tangenciális komponensével egyezik meg:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}_m(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^-) = \mathbf{n} \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}_{\parallel}, 0), \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S.$$
(3.23b)

Ennek megfelelően a (3.22) egyenletekben az integrálást elegendő az apertúra felületére elvégezni.

A másik, hasonló elmélet az "e-elmélet"², mely szerint a mágneses tér tangenciális komponense az ernyőn zérus:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_e(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^-) = \mathbf{0}, \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E, \tag{3.24a}$$

míg az apertúrában a beeső tér tangenciális komponensével egyezik meg:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{e}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = \mathbf{n} \times \mathbf{H}^{i}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0), \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S.$$
(3.24b)

Ezekkel szintén csupán az integrálási tartomány szűkül az apertúra területére a (3.22) egyenletekben.

Tulajdonképpen a fenti két elméletben használt közelítés az első típusú Rayleigh– Sommerfeld-elméletnek az elektromágneses elméletre való átültetése; ha figyelembe vesszük a (3.17a) és (3.17b) Maxwell-egyenleteket, amellyel például (3.24a) a következő alakot ölti:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{e}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-}) = \frac{1}{ik} \mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{E}_{e}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0^{-})) = 0, \qquad (3.25)$$

akkor az e-elmélet az elektromos térre a második típusú Rayleigh–Sommerfeld-közelítéshez hasonló alakú (mondhatjuk: annak átültetése az elektromágneses elméletre), és fordítva:

 $^{^1\}mathrm{Az}$ elmélet a mágneses Hertz-vektorra tartalmaz közelítést; erre utal az m betű.

 $^{^2\}mathrm{Az}$ elmélet az elektromos Hertz-vektorra tartalmaz közelítést; erre utal az e betű.

az m-elmélet a mágneses térre lesz az iménti közelítésnek megfelelő alakú. Így azt várhatjuk, hogy a Kirchhoff-elmélethez hasonló alak is található. Ezt a Kirchhoff–Kottler-elmélet adja meg:

$$\mathbf{E}_{K}(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{E}_{e}(\mathbf{r}_{\parallel}, z) + \mathbf{E}_{m}(\mathbf{r}_{\parallel}, z) \right]$$
(3.26a)

$$\mathbf{H}_{K}(\mathbf{r}_{\parallel}, z) = \frac{1}{2} \left[\mathbf{H}_{e}(\mathbf{r}_{\parallel}, z) + \mathbf{H}_{m}(\mathbf{r}_{\parallel}, z) \right]$$
(3.26b)

3.2.4. Elektromágneses diffrakció végtelen résen

Mivel az általunk használt modell egy, az y irányban végtelen rés vizsgálatára alkalmas, érdemes ezt az esetet külön megvizsgálni. Ebben az esetben a probléma nem függ az ykoordinátától (ún. kétdimenziós – x és z – diffrakciós probléma). Ekkor az elektromos és a mágneses tér is felbontható TE és TM polarizációjú komponensekre:

$$\mathbf{E}(x,z) = \{ E_x(x,z)\mathbf{n}_x + E_z(x,z)\mathbf{n}_z \} + E_y(x,z)\mathbf{n}_y = \mathbf{E}_{TM}(x,z) + \mathbf{E}_{TE}(x,z) \quad (3.27)$$

$$\mathbf{H}(x,z) = \{H_x(x,z)\mathbf{n}_x + H_z(x,z)\mathbf{n}_z\} + H_y(x,z)\mathbf{n}_y = \mathbf{H}_{TE}(x,z) + \mathbf{H}_{TM}(x,z) \quad (3.28)$$

TE-polarizációs hozzájárulás

Ebben az esetben tehát az elektromos tér merőleges a beesési síkra, vagyis jelen esetben az y-tengellyel párhuzamos:

$$\mathbf{E}_{TE}(x,z) = E_y(x,z)\mathbf{n}_y,\tag{3.29}$$

míg a mágneses tér a beesési síkban fekszik, tehát az x és z irányú egységvektorok lineáris kombinációjaként áll elő:

$$\mathbf{H}_{TE}(x,z) = H_x(x,z)\mathbf{n}_x + H_z(x,z)\mathbf{n}_z, \qquad (3.30)$$

továbbá tudjuk, hogy a (3.17) Maxwell-egyenletekből következő (3.18
a) Helmholtz-egyenletek teljesülnie kell E_y -ra:

$$\nabla^2 E_y(x,z) + k^2 E_y(x,z) = 0, \qquad (3.31)$$

3. FEJEZET: ELMÉLETI ALAPOK

amelyben, mivel E_y nem függ y-tól, a Δ Laplace-operátor helyett az egyszerűbb $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ kifejezés áll. Ez az úgynevezett kétdimenziós Helmholtz-egyenlet.

A (3.17b) egyenletből, figyelembe véve, hogy $E_x = 0$ és $E_z = 0$, kiszámítható a mágneses tér két komponense:

$$H_x(x,z) = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}$$
(3.32)

$$H_z(x,z) = -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$
(3.33)

Tökéletes vezetőre a 3.2.1. alszakaszban az elektromos térnek a tangenciális, a mágneses térnek pedig a normális komponenséről állapítottuk meg, hogy az ernyőn zérusnak kell lennie ((3.20) egyenletek), míg az elektromos tér normális és a mágneses tér tangenciális komponense a beeső elektromos és mágneses terek megfelelő komponenseivel egyenlőek ((3.21b) egyenletek). Ezek a feltételek a fenti komponensek segítségével a z = 0 síkban:

$$\mathbf{n}_{z} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\parallel}, 0) = [-E_{y}, 0, 0] = \mathbf{0}$$
$$E_{y} = 0 \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E \qquad (3.34a)$$

és (hasonlóképpen):

$$\frac{\partial E_y}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{\partial E_y^i}{\partial z}\Big|_{z=0} \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S \tag{3.34b}$$

TM-polarizációs hozzájárulás

Ebben az esetben az elektromos és mágneses terek szerepet cserélnek:

$$\mathbf{H}_{TM}(x,z) = H_y(x,z)\mathbf{n}_y, \qquad (3.35a)$$

$$\mathbf{E}_{TM}(x,z) = E_x(x,z)\mathbf{n}_x + E_z(x,z)\mathbf{n}_z$$
(3.35b)

ugyanígy a kétdimenziós Helmholtz-egyenlet:

$$\nabla^2 H_y(x,z) + k^2 H_y(x,z) = 0, \qquad (3.36)$$

Viszont most a (3.17a) Maxwell-egyenletet kell használnunk, amellyel az elektromos tér komponensei a következő alakúak:

$$E_x(x,z) = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$
(3.37)

$$E_z(x,z) = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$
(3.38)

Ezekkel a tökéletes vezető ernyőre vonatkozó (3.20) és (3.21b) egyenletek alapján:

$$\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial z}\Big|_{z=0} = 0 \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in E \tag{3.39a}$$

$$H_y(x,0) = H_y^i(x,0) \qquad \mathbf{r}_{\parallel} \in S \tag{3.39b}$$

Ha a TE és TM-polarizációs esetben kapott (3.34) és (3.39) egyenleteket összevetjük a Dirichlet és a Neumann-típusú ernyőknél megadott feltételekkel, észrevehető, hogy ezek elektromágneses elméletre átültetett változataihoz jutottunk.

3.3. Folytonos fény diffrakciója hullámhossznál kisebb lyukon

Habár jelen munkában a nanométeres *résen* való diffrakcióról lesz szó, ebben a részben Bethe 1944-ben megjelent rokon témájú munkáját foglalom össze [57], mely a hullámhossznál kisebb *kör alakú apertúrán (lyukon)* való diffrakciót tárgyalja. Ez a korai munka természetesen csupán folytonos fényre vonatkozóan közöl megállapításokat; mindazonáltal napjainkban számos kutatás támaszkodott az itt közölt eredményekre.

A módszer képzeletbeli mágneses töltések és áramok segítségével írja le a végtelen kiterjedésű sík vezető ernyőbe vágott lyukon való elhajlást, ami az ernyőn automatikusan igazzá teszi a határfeltételeket. Magát a diffraktált teret a lyuk síkjában lévő mágneses, illetve egy arra merőleges elektromos momentummal írja le. A számítás során a Maxwellegyenleteket oldja meg, a \mathbf{J}^* mágneses áramsűrűség és ρ^* töltésssűrűség bevezetésével³:

$$\operatorname{div}\mathbf{H} = 4\pi\rho^* \tag{3.40a}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial t} = -4\pi\mathbf{J}^* \qquad (3.40b)$$

Az ezeknek megfelelő kontinuitási egyenlet a következő:

$$\operatorname{div} \mathbf{J}^* + \frac{1}{c} \frac{\partial \rho^*}{\partial t} = 0 \tag{3.41}$$

³A forrásként használt cikket cgs-mértékegységrendszerben írták; a továbbiakban megtartjuk a forrásban használt egységeket.

A határfeltételek szerint az elektromos tér tangenciális komponense az ernyőn a két térrészben megegyezik (a lyukon kívül azonosan zérus), míg a mágneses komponensekre a következő egyenlőség áll fenn:

$$H_{2\tan} - H_{1\tan} = H_{0\tan},$$
 (3.42)

ahol H_0 az ernyő nélküli beeső mágneses térerősség. A teret időharmonikusnak tekinti $(\exp(-i\omega t))$, végül a számolást felületi áramokra (K) és töltésekre (η) egyszerűsíti. Ezekkel, az időfüggés alakjának figyelembe vételével a kontinuitási egyenlet:

$$\operatorname{div}\mathbf{K} = ik\eta \tag{3.43}$$

Következő lépésként egy ψ skalár-, illetve egy **F** vektorpotenciál segítségével fejezi ki az elektromos és a mágneses teret:

$$\mathbf{E} = \operatorname{rot}\mathbf{F}, \tag{3.44}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} - \operatorname{grad}\psi, \qquad (3.45)$$

ahol, tisztán felületi töltések esetén, a két potenciál a $G(\mathbf{r}) = \exp(ikr)/r$ Green-függvényen keresztül fejezhető ki:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\int \mathbf{K}(\mathbf{r}')G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)dr', \qquad (3.46)$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \int \eta(\mathbf{r}') G(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) dr' \qquad (3.47)$$

Innen a keresett térerősségek:

$$\mathbf{E}(r) = \int \mathbf{K}(r') \times \operatorname{grad} G d\sigma \qquad (3.48)$$

$$\mathbf{H}(r) = \int (ik\mathbf{K}(\mathbf{r}')G - \eta(\mathbf{r}')\operatorname{grad} G)d\sigma \qquad (3.49)$$

Tehát végeredményben az elektromos és mágneses térerősségek kifejezéséhez K és η meghatározása szükséges. A feladat két részre bontható: a mágneses térerősségre vonatkozó határfeltételt kielégítő megoldások keresésére, majd az elektromos térerősségre vonatkozó határfeltételeket kielégítő, a korábbi eredmények érvényességét nem módosító megoldások megtalálására. Végeredményben – kihasználva, hogy a lyuk a hullámhosszhoz képest

kicsi – néhány, az egyenletek egyszerűsödéséhez vezető kifejezés alkalmazása után a probléma olyan két dimenziós töltéseloszlás keresésére egyszerűsödik, mely eloszlás a töltések által elfoglalt területen belül állandó $\frac{1}{2}H_0$ nagyságú térerősséget eredményez. Ezt egy ellipszoidban egyenletesen elosztott dipólok képesek előállítani. Az ellipszoid féltengelyeit a, a, h-val figyelembe véve a következő eredményhez jutunk:

$$\eta = -\frac{1}{\pi^2 \sqrt{a^2 - r'^2}} \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{r}'$$
(3.50)

$$\mathbf{K}_H = \frac{ik}{\pi^2} \sqrt{a^2 - r'^2} \mathbf{H}_0 \tag{3.51}$$

Az elektromos tér határfeltételei miatt csupán a felületi mágneses árameloszlás (K) kifejezése módosul; az additív tag:

$$\mathbf{K}_E = \frac{1}{2\pi^2 \sqrt{a^2 - r'^2}} \mathbf{r}' \times \mathbf{E}_0 \tag{3.52}$$

Tehát a teljes kifejezés:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_H = \frac{1}{2\pi^2 \sqrt{a^2 - r'^2}} \mathbf{r}' \times \mathbf{E}_0 + \frac{ik}{\pi^2} \sqrt{a^2 - r'^2} \mathbf{H}_0$$
(3.53)

3.4. Folytonos fény áthaladása véges vastagságú résen

Az eddigiekben azt feltételeztük, hogy az apertúrát tartalmazó ernyő, melyen a folytonos fény áthalad, végtelenül vékony. A valódi apertúrák esetében azonban az ernyő vastagságát is figyelembe kell venni. Ilyen elmélet az alábbi, végtelen résre vonatkozó számítás. Az elméletet Betzig és társai [111] Neerhoff és Mur formalizmusát [112] követő munkája is tartalmazza.

Tekintsünk egy x és y irányban végtelen kiterjedésű tökéletes vezető ernyőbe vágott, 2a szélességű és b vastagságú rést (3.1. ábra)! A rés legyen párhuzamos az y-tengellyel! Osszuk fel a rést körülvevő teret három térrészre! Jelölje

- I a rés előtti, a beeső, visszavert és diffraktált hullámot tartalmazó térrészt ($|x| < \infty$, $|y| < \infty, b < z < \infty$),
- II a rés belsejét ($|x| < a, |y| < \infty, 0 < z < b$), végül

– III a rés utáni, a transzmittált hullámot tartalmazó térrészt ($|x|<\infty,\;|y|<\infty$, $-\infty< z<0)!$

A három térrész akár különböző dielektrikumot is tartalmazhat. A beeső hullám terjedjen az n_y normálvektorral megadott síkban; a beesési szöget jelölje θ . A beeső hullám mágneses terét a következő függvénnyel adhatjuk meg:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = U(x,z)\exp(-i\omega t)\mathbf{e}_y.$$
(3.54)

Tehát a mágneses teret időharmonikusnak, valamint az y-tengely mentén konstansnak és TM-polarizáltnak tekintjük. Az ilyen irányú polarizáció használata azért célszerű, mert ekkor a rés keskenységétől függetlenül létezik legalább egy terjedő módus, ami által nagyobb transzmissziós együtthatóhoz jutunk. Az U(x, z) amplitúdó segítségével az időfüggetlen elektromos tér a (3.17a) Maxwell-egyenletből határozható meg:

$$E_x(x,z) = -\frac{i}{\epsilon_0 \omega} \partial_z U(x,z)$$
(3.55a)

$$E_y(x,z) = 0 \tag{3.55b}$$

$$E_z(x,z) = \frac{i}{\epsilon_0 \omega} \partial_x U(x,z)$$
(3.55c)

Tehát a diffrakciós probléma egyetlen skalár tér meghatározására redukálódik. A három térrészhez külön-külön megadhatunk egy-egy, abban a térrészben az elektromágneses teret



3.1. ábra. A modellben használt elrendezés

jellemző függvényt; jelöljük ezeket U_j -vel, ahol a három térrészre j rendre 1, 2 illetve 3. A három tér mindegyikére teljesül a (3.1) Helmholtz-egyenlet:

$$(\nabla^2 + k_j^2)U_j = 0$$
 $(j \in [1, 2, 3]),$ (3.56)

ahol k_j a térrészt jellemző hullámszám. Bontsuk fel továbbá az első térrészben jelenlévő teret további három részre: egy beeső, egy visszavert és egy diffraktált térre! Jelöljük ezeket rendre U^i , U^r , illetve U^d -vel:

$$U_1(x,z) = U^i(x,z) + U^r(x,z) + U^d(x,z).$$
(3.57)

A beeső hullámot jellemző tér legyen egységnyi amplitúdójú síkhullám:

$$U^{i}(x,z) = \exp[ik_{1}(x\sin\theta - z\cos\theta)].$$
(3.58a)

Ekkor a visszavert hullámot jellemző tér hasonló alakú, csupán a z irányítása fordul meg; figyelembe véve a rés b vastagságát:

$$U^{r}(x,z) = U^{i}(x,2b-z)$$
 (3.58b)

Tökéletes vezető ernyőnél **E** tangenciális komponense eltűnik, tehát a teret leíró U függvény \mathbf{n}_z irányú deriváltja zérus:

$$\partial_{\mathbf{n}_z} U = 0. \tag{3.59a}$$

Mivel pedig a diffraktált tér a végtelenben eltűnik, ezért ez a következő határfeltételeket eredményezi:

$$\lim_{R \to \infty} U^d = 0, \tag{3.59b}$$

$$\lim_{R \to \infty} U_3 = 0, \tag{3.59c}$$

$$\lim_{R \to \infty} \partial_{\mathbf{n}_z} U^d = 0, \qquad (3.59d)$$

$$\lim_{R \to \infty} \partial_{\mathbf{n}_z} U_3 = 0. \tag{3.59e}$$

Végül további négy folytonossági feltételt fogalmazhatunk meg a rés alsó és felső határára

vonatkozóan (|x| < a):

$$U_1(x,z)|_{z\to b^+} = U_2(x,z)|_{z\to b^-}$$
 (3.60a)

$$U_2(x,z)|_{z\to 0^+} = U_3(x,z)|_{z\to 0^-}$$
 (3.60b)

$$\epsilon_2 \partial_z U_1(x,z)|_{z \to b^+} = \epsilon_1 \partial_z U_2(x,z)|_{z \to b^-}$$
(3.60c)

$$\epsilon_3 \partial_z U_2(x,z)|_{z \to 0^+} = \epsilon_2 \partial_z U_3(x,z)|_{z \to 0^-}.$$
(3.60d)

A teret a 2 dimenziós Green-tétel segítségével határozhatjuk meg. Legyen az egyik függvény U(x, z), a másik pedig egy Green-függvény (ez utóbbi a három térrészben különböző):

$$(\nabla^2 + k_j^2)G_j = -\delta(x - x', z - z') \qquad (j = 1, 2, 3).$$
(3.61)

Alkalmazzuk a tételt mindhárom térrészre! Mivel U-ra fennáll a (3.56) Helmholtz-egyenlet, ezért a Green-tétel a következő egyszerűbb alakra hozható:

$$U(x,z) = \int_{Hat\acute{a}r} (G\partial_n U - U\partial_n G) dS$$
(3.62)

A Green-függvényre a következő határfeltételeket szabhatjuk:

$$\frac{\partial_z G_1(x,z)|_{z \to b^+} = 0}{\partial_z G_3(x,z)|_{z \to 0^-} = 0} \} , \qquad \text{ha} \quad |x| < \infty$$
 (3.63a)

$$\frac{\partial_x G_2(x,z)|_{x \to a^-} = 0}{\partial_x G_2(x,z)|_{z \to a^+} = 0} \} , \qquad \text{ha} \quad 0 < z < b.$$
 (3.63b)

A fentieken kívül G_1 -re és G_3 -ra a Sommerfeld-féle sugárzási feltétel is fennáll [113]:

$$\lim_{R \to \infty} R\left(\frac{\partial G_1}{\partial n} + ikG_1\right) = 0 \tag{3.64a}$$

$$\lim_{R \to \infty} R\left(\frac{\partial G_3}{\partial n} + ikG_3\right) = 0 \tag{3.64b}$$

A második térrészben a tükrözés módszere (method of images) használható [114]. Ezekből

3. FEJEZET: ELMÉLETI ALAPOK

a feltételekből a következő Green-függvényekhez jutunk:

$$G_1(x, z; x', z') = \frac{i}{4} \left[H_0^{(1)}(k_1 R) + H_0^{(1)}(k_1 R') \right]$$
(3.65a)

$$G_3(x, z; x', z') = \frac{i}{4} \left[H_0^{(1)}(k_3 R) + H_0^{(1)}(k_3 R'') \right]$$
(3.65b)

$$G_{2}(x, z; x', z') = \frac{i}{4a\gamma_{0}} \exp(i\gamma_{0}|z - z'|) + \frac{i}{2a} \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{m}^{-1} \cos\left[\frac{m\pi(x+a)}{2a}\right] \cos\left[\frac{m\pi(x'+a)}{2a}\right] \exp(i\gamma_{m}|z - z'|) (3.65c)$$

ahol $H_0^{(1)}$ az elsőfajú, nulladrendű Hankel-függvény, az R, R', R'' távolságok és a résben mint hullámvezetőben kialakuló módusok γ_m longitudinális terjedési állandói pedig a következő alakban adhatók meg:

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2}$$
(3.66a)

$$R' = \sqrt{(x - x')^2 + (z + z' - 2b)^2}$$
(3.66b)

$$R'' = \sqrt{(x - x')^2 + (z + z')^2}$$
(3.66c)

$$\gamma_m = \sqrt{k_2^2 - \left(\frac{m\pi}{2a}\right)}, \quad \Re(\gamma_m) \ge 0, \quad \Im(\gamma_m) \ge 0$$
 (3.66d)

A (3.65) Green-függvények, a (3.63) és (3.59) határfeltételek, valamint a réshatárokon érvényes (3.60) folytonossági feltételek ismeretében a (3.62) redukált Green-tételből a keresett U függvényekre a következőket kapjuk:

– az első térrészben ($b < z < \infty$):

$$U^{d}(x,z) = -\frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{2}} \int_{-a}^{a} G_{1}(x,z;x',b) DU_{b}(x') dx'$$
(3.67a)

– a második térrészben (-a < x < a és 0 < z < b):

$$U_{2}(x,z) = -\int_{-a}^{a} [G_{2}(x,z;x',0)DU_{0}(x') - U_{0}(x')\partial_{z'}G_{2}(x,z;x',z')|_{z'\to 0^{+}}]dx' + \int_{-a}^{a} [G_{2}(x,z;x',b)DU_{b}(x') - U_{b}(x')\partial_{z'}G_{2}(x,z;x',z')|_{z'\to b^{-}}]dx' (3.67b)$$

3. FEJEZET: ELMÉLETI ALAPOK

– a harmadik térrészben ($-\infty < z < 0)$:

$$U_3(x,z) = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_2} \int_{-a}^{a} G_3(x,z;x',0) DU_0(x') dx'$$
(3.67c)

A fentiekben a következő jelölések szerepelnek:

$$U_0(x) \equiv U_2(x,z)|_{z \to 0^+},$$
 (3.68a)

$$U_b(x) \equiv U_2(x, z)|_{z \to b^-},$$
 (3.68b)

$$DU_0(x) \equiv \partial_z U_2(x, z)|_{z \to 0^+}, \qquad (3.68c)$$

$$DU_b(x) \equiv \partial_z U_2(x, z)|_{z \to b^-}.$$
 (3.68d)

Feladatunk a fenti négy ismeretlen függvény meghatározása. Erre négy csatolt integrálegyenlet segítségével nyílik lehetőségünk, melyeket a tereket leíró (3.67) egyenletekből nyerhetünk a (3.59) határfeltételek behelyettesítésével (|x| < a):

$$2U_b^i(x) - U_b(x) = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \int_{-a}^{a} G_1(x, b; x', b) DU_b(x') dx', \qquad (3.69a)$$

$$U_0(x) = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_2} \int_{-a}^{a} G_3(x,0;x',0) DU_0(x') dx', \qquad (3.69b)$$

$$\frac{1}{2}U_{b}(x) = -\int_{-a}^{a} [G_{2}(x,b;x',0)DU_{0}(x') - U_{0}(x')\partial_{z'}G_{2}(x,b;x',z')|_{z'\to 0^{+}}]dx' + \int_{-a}^{a} G_{2}(x,b;x',b)DU_{b}(x')dx'$$
(3.69c)

$$\frac{1}{2}U_0(x) = \int_{-a}^{a} [G_2(x,0;x',b)DU_b(x') - U_b(x')\partial_{z'}G_2(x,0;x',z')|_{z'\to b^-}] dx' - \int_{-a}^{a} G_2(x,0;x',0)DU_0(x')dx'$$
(3.69d)

A rés bemeneti oldalánál a be
eső nyalábot leíró U^i_b függvény a (3.58a) alapján a következőképpen defini
álható:

$$U_b^i(x) = \exp\left[ik_1(x\sin\theta - b\cos\theta)\right] \tag{3.70}$$

3.4.1. Közelítő megoldás

A továbbiakban a fenti csatolt integrálegyenletek Betzig és társai által közölt [111] numerikus megoldásáról lesz szó.

Első lépésben az integrál (tulajdonképpen a rés) felosztható N egyenlő részre; ezek középpontjai:

$$x_j = \frac{2a\left(j - \frac{1}{2}\right)}{N} - a \qquad j = 1, 2, \dots, N \tag{3.71}$$

Ezekben a középpontokban a (3.69a) integrál az x_k pontban $x' \to x_k$ esetén $G_1(x_k, b; x', b)$ ben megjelenő szingularitás miatt két részre bontva írható fel:

$$2U_{b}^{i}(x_{k}) - U_{b}(x_{k}) = \frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{2}} \sum_{\substack{j=1\\j\neq k}}^{N} \int_{C_{j}} G_{1}(x_{k}, b; x', b) DU_{b}(x') dx' + \frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{2}} \int_{C_{k}} G_{1}(x_{k}, b; x', b) DU_{b}(x') dx', \qquad (3.72)$$

ahol C_j a *j*-edik intervallum. Az első és második középérték-tétel segítségével (3.72) tovább egyszerűsítve:

$$2U_{b}^{i}(x_{k}) - U_{b}(x_{k}) = \frac{2a\epsilon_{1}}{N\epsilon_{2}} \sum_{\substack{j=1\\j \neq k}}^{N} G_{1}(x_{k}, b; \xi_{j}, b) DU_{b}(\xi_{j}) + \frac{\epsilon_{1}}{\epsilon_{2}} \left[\int_{C_{k}}^{} G_{1}(x_{k}, b; x', b) dx' \right] DU_{b}(\xi_{k}), \quad (3.73)$$

Mindezidáig egzakt kifejezésekről volt szó. A következő lépésben közelítjük ξ_j -t az intervallumok középpontjával:

$$\xi_j \approx x_j \tag{3.74}$$

Továbbá az U_b^i , U_b , U_0 , DU_b és DU_0 terekből és deriváltakból N elemű vektorokat képezhetünk, a vektor *j*-edik elemeként a függvény x_j helyen vett értékét megadva, pl.:

$$(DU_0)_j = DU_0(x_j). (3.75)$$

Ezekkel:

$$2(U_b^i)_k - (U_b)_k \approx \frac{2a\epsilon_1}{N\epsilon_2} \sum_{\substack{j=1\\j \neq k}}^N G_1(x_k, b; x_j, b) (DU_b)_j + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \left[\int\limits_{C_k} G_1(x_k, b; x', b) dx' \right] (DU_b)_k,$$
(3.76)
3. FEJEZET: ELMÉLETI ALAPOK

Végül a következő helyettesítés alkalmazható:

$$s_{k,j}^{I} = \frac{ia\epsilon_{1}}{N\epsilon_{2}}H_{0}^{(1)}(2\aleph_{1}|k-j|) \qquad j \neq k \qquad (3.77a)$$

$$s_{k,k}^{I} = \frac{ia\epsilon_{1}}{N\epsilon_{2}} \left\{ H_{0}^{(1)}(\aleph_{1}) + \frac{\pi}{2} \left[S_{0}(\aleph_{1})H_{1}^{(1)}(\aleph_{1}) - S_{1}(\aleph_{1})H_{0}^{(1)}(\aleph_{1}) \right] \right\}$$
(3.77b)

ahol $\aleph_1 = \frac{k_1 a}{N}$, S_0 és S_1 pedig a Hankel-függvényeknek a szingularitásuk körül vett integráljaiként kapható Struve-függvények [115].

Ezekkel a (3.69a) egyenlet a következő mátrix-egyenletként írható fel:

$$2\mathbf{U}_b^i - \mathbf{U}_b = \hat{S}^I \mathbf{D} \mathbf{U}_b. \tag{3.78a}$$

Hasonlóan (3.69b)-(3.69d) egyenletekre:

$$\mathbf{U}_0 = \hat{S}^{III} \mathbf{D} \mathbf{U}_0 \tag{3.78b}$$

$$\frac{1}{2}\mathbf{U}_b = -\hat{R}^{II}\mathbf{D}\mathbf{U}_0 + \hat{D}^{II}\mathbf{U}_0 + \hat{S}^{II}\mathbf{D}\mathbf{U}_b \qquad (3.78c)$$

$$\frac{1}{2}\mathbf{U}_0 = -\hat{S}^{II}\mathbf{D}\mathbf{U}_0 + \hat{D}^{II}\mathbf{U}_b + \hat{R}^{II}\mathbf{D}\mathbf{U}_b$$
(3.78d)

ahol a hiányzó mátrixokra a következők kaphatók:

$$R_{k,j}^{II} = \frac{i}{2Nk_2}e^{ik_2b} + \frac{i}{N}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\gamma_m}T_m^{j,k}e^{i\gamma_m b},$$
(3.79a)

$$D_{k,j}^{II} = \frac{1}{2N}e^{ik_2b} + \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{\infty}T_m^{j,k}e^{i\gamma_m b},$$
(3.79b)

$$S_{k,j}^{II} = \frac{i}{2Nk_2} + \frac{i}{N} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\gamma_m} T_m^{j,k}, \qquad (3.79c)$$

$$T_m^{j,k} = \cos\left(\frac{m\pi(2j-1)}{2N}\right)\cos\left(\frac{m\pi(2k-1)}{2N}\right)\operatorname{sinc}\left(\frac{m\pi}{2N}\right)$$
(3.79d)

ahol $\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x$; továbbá

$$s_{k,j}^{III} = \frac{ia\epsilon_3}{N\epsilon_2} H_0^{(1)} \left(2\aleph_3|k-j|\right) \qquad j \neq k \qquad (3.80a)$$

$$s_{k,k}^{III} = \frac{ia\epsilon_3}{N\epsilon_2} \left\{ H_0^{(1)}(\aleph_3) + \frac{\pi}{2} \left[S_0(\aleph_3) H_1^{(1)}(\aleph_3) - S_1(\aleph_3) H_0^{(1)}(\aleph_3) \right] \right\}$$
(3.80b)

ahol $\aleph_3=\frac{k_3a}{N}.$ Az egyenletek numerikus megoldása a következő közelítő eredményre vezet

a harmadik térrészben:

$$H_{3,y}(x,z) \approx i \frac{\epsilon_3 a}{\epsilon_2 N} \sum_{j=1}^N H_0^{(1)} \left[k_3 \sqrt{(x-x_j)^2 + z^2} \right] (DU_0)_j$$
(3.81a)

$$E_{3,x}(x,z) \approx -\frac{\sqrt{\epsilon_3}a}{c\epsilon_2 N} \sum_{j=1}^N \frac{z}{\sqrt{(x-x_j)^2 + z^2}} H_1^{(1)} \left[k_3 \sqrt{(x-x_j)^2 + z^2} \right] (DU_0)_j \quad (3.81b)$$

$$E_{3,y}(x,z) = 0$$
 (3.81c)

$$E_{3,z}(x,z) \approx \frac{\sqrt{\epsilon_3}a}{c\epsilon_2 N} \sum_{j=1}^N \frac{x-x_j}{\sqrt{(x-x_j)^2+z^2}} H_1^{(1)} \left[k_3 \sqrt{(x-x_j)^2+z^2} \right] (DU_0)_j \qquad (3.81d)$$

A fentiekben tehát a résen való diffrakciót leíró elméletekről volt szó. Kitértünk az első, hullámhossznál kisebb résen való fényáthaladást tárgyaló Bethe-féle leírásra [57], illetve az utolsó szakaszban a folytonos fény hullámhossznál kisebb nanorésen való diffrakcióját leíró, a Maxwell-egyenletek Neerhoff és Mur-féle megoldásán alapuló Betzig-féle [111] numerikus modellt foglaltuk össze. Ez a modell a harmadik térrészben állapítja meg az elektromágneses tér komponemseit. A további fejezetekben az ezen a modellen alapuló, az elektromágneses tér komponenseit az első és második zónában leíró kifejezésekről, a teret a rés előtt és mögött leíró analitikus modellről, illetve a femtoszekundumos impulzusok hullámhossznál kisebb nanorésen való áthaladását leíró numerikus modellről lesz szó.

4. fejezet

Célkitűzés

Az előbbi fejezetekben a hullámhossznál kisebb nanoapertúrákon áthaladó fényt leíró kutatások eredményeit ismertettük. Ezek a kutatások elsősorban a folytonos fénynek az apertúrán való áthaladása utáni elektromágneses terével illetve az apertúra transzmissziós koefficiensének a folytonos fényre gyakorolt hatásával foglalkoztak. Azonban az apertúra előtti és az apertúrabeli terekkel csak igen kevés tanulmány foglalkozott; ezek egy része nem veszi figyelembe a HHK apertúrák esetében a közeli térben jelenlévő EM tagokat. A tudományban az analitikus formulák kiemelt jelentőséggel bírnak. Azonban az egyetlen résen való áthaladást leíró, a szakirodalomban általánosan elfogadott analitikus formula [69] a mind kísérletileg, mind numerikus módszerekkel elméletileg kimutatott transzmisszióerősítés helyett gyengítést jelez előre.

Erdekes, az irodalomban elsősorban kísérletileg tárgyalt probléma továbbá az ultrarövid impulzusok apertúrán való áthaladása. Mindmáig nem tisztázott kérdés, hogy mennyiben módosul az impulzus térbeli és spektrális alakja valamint annak hossza a nanoapertúrákon való áthaladás során, továbbá az, hogy az impulzusnak és a résnek mely paraméterei befolyásolják és milyen mértékben a transzmittált impulzus alakját.

A továbbiakban a folytonos fény hullámhossznál kisebb nanorésen való áthaladása során a rés előtt és a résben kialakuló elektromágneses tereket leíró formulákat mutatok be. Ezek segítségével meghatározom a reflexiós koefficienst és összevetem a transzmissziós koefficienssel. Analitikus formulákat adok a rés előtti és mögötti EM terekre illetve a transzmissziós koefficiensre; a korábbi analitikus és numerikus modellek eredményeivel való összevetés segítségével igazolom, hogy a talált analitikus formulával kapott transzmissziós csúcsok helye és nagysága jó egyezést mutat a numerikus modellekkel illetve a kísérletileg kimutatott értékekkel.

Végül a folytonos fényre vonatkozó modellből kiindulva femtoszekundumos impulzusok HHK nanorésen való áthaladását leíró modellt mutatok be. Megvizsgálom az impulzusok erősített transzmissziójának illetve térbeli lokalizációjának lehetőségét és limitációit, valamint az időbeli profil miatt a rés körüli térben fellépő módosulásokat.

5. fejezet

A rés körüli elektromágneses terek meghatározása

A számítások során folytonos fény és femtoszekundumos impulzusok x és y irányban végtelen kiterjedésű, tökéletes vezető ernyőbe vágott, 2a szélességű, b vastagságú résen való áthaladását vizsgáltuk. Első lépésként a rés körüli tereket állapítottuk meg. A harmadik térrészben a folytonos fény esetén ismertek voltak az EM tér komponenseit leíró numerikus formulák, azonban az első és második térrészben nem. Ebben a fejezetben ezeket a formulákat illetve a kapcsolódó reflexiós koefficienst határozzuk meg; segítségükkel megvizsgáljuk az erősített transzmisszió esetén ezen térrészekben jellemző téreloszlást illetve a reflexiós és transzmissziós koefficiensek kapcsolatát. Ez megalapozza a femtoszekundumos impulzusok vizsgálatát is, mivel azok Fourier-komponensek (folytonos hullámok) összegeként tárgyalhatóak. Ezért később a 7. fejezetben ezen folytonos hullámok résen való áthaladásából kiindulva tárgyaljuk az ultrarövid impulzusok terjedését.

5.1. Numerikus formulák az első és második térrészben

Ahhoz, hogy néhány, az EM hullámok HHK résen való áthaladása során tapasztalt jelenséget értelmezni tudjunk, szükség van a rés előtti és a résbeli tér meghatározására. Ezeket a 3.4. szakaszban ismertetett számításból kiindulva határozhatjuk meg. A (3.67a) és (3.57) egyenletek alapján az első térrészre a számítások a következőket eredményezik:

$$H_{1,y}(x,z) \approx \exp\left[ik_{1}(x\sin\theta - z\cos\theta)\right] + \exp\left[ik_{1}(x\sin\theta - (2b-z)\cos\theta)\right] \\ -\frac{ia\epsilon_{1}}{N\epsilon_{2}}\sum_{j=1}^{N}H_{0}^{(1)}\left[k_{1}\sqrt{(x-x_{j})^{2} + (z-b)^{2}}\right](DU_{b})_{j}$$
(5.1a)

$$E_{1,x}(x,z) \approx -\frac{\cos\theta}{c\sqrt{\epsilon_1}} \left\{ \exp\left[ik_1(x\sin\theta - z\cos\theta)\right] - \exp\left[ik_1(x\sin\theta - (2b-z)\cos\theta)\right] \right\} + \frac{a\sqrt{\epsilon_1}}{cN\epsilon_2} \times \sum_{j=1}^N \frac{z-b}{\sqrt{(x-x_j)^2 + (z-b)^2}} H_1^{(1)} \left[k_1\sqrt{(x-x_j)^2 + (z-b)^2}\right] (DU_b)_j \quad (5.1b)$$

$$E_{1,y}(x,z) = 0$$

$$E_{1,z}(x,z) \approx -\frac{\sin\theta}{c\sqrt{\epsilon_1}} \left\{ \exp\left[ik_1(x\sin\theta - z\cos\theta)\right] + \exp\left[ik_1(x\sin\theta - (2b-z)\cos\theta)\right] \right\} - \frac{a\sqrt{\epsilon_1}}{cN\epsilon_2}$$

$$\times \sum_{j=1}^N \frac{x-x_j}{\sqrt{(x-x_j)^2 + (z-b)^2}} H_1^{(1)} \left[k_1\sqrt{(x-x_j)^2 + (z-b)^2}\right] (DU_b)_j \quad (5.1d)$$

A számítást megismételve a második térrészre a (3.67b) egyenletet alapul véve, és felhasználva a (3.65c) egyenletet (a Green-függvény ezen térrészben érvényes alakját) jóval összetettebb kifejezésekre jutottunk:

$$H_{2,y}(x,z) \approx \sum_{j=1}^{N} \left\{ F(z-b) \left[\frac{i}{\gamma_0} (DU_b)_j - F(z-b) (U_b)_j \right] - F(z) \left[\frac{i}{\gamma_0} (DU_0)_j + (U_0)_j \right] \right\} - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{N} \left\{ G(x,z) \left[\frac{i}{\gamma_m} (DU_0)_j + (U_0)_j \right] - G(x,z-b) \left[\frac{i}{\gamma_m} (DU_b)_j - (U_b)_j \right] \right\}, \quad (5.2a)$$

$$E_{2,x}(x,z) \approx -\frac{i}{\omega\epsilon_2} \left\{ \sum_{j=1}^{N} \left\{ F(z) \operatorname{sign}(z) \left[(DU_0)_j - ik_2(U_0)_j \right] - F(z-b) \operatorname{sign}(z-b) \left[(DU_b)_j + ik_2(U_b)_j \right] \right\} \right\}$$

+
$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{N} \{ \mathrm{H}(x,z) \left[(DU_0)_j - i\gamma_m(U_0)_j \right] - \mathrm{H}(x,z-b) \left[(DU_b)_j + i\gamma_m(U_b)_j \right] \} \},$$
 (5.2b)

$$E_{2,z}(x,z) \approx \frac{i}{\omega\epsilon_2} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{N} \left\{ \mathbf{J}(x,z) \left[\frac{i(DU_0)_j}{\gamma_m} + (U_0)_j \right] - \mathbf{J}(x,z-b) \left[\frac{i(DU_b)_j}{\gamma_m} - (U_b)_j \right] \right\} \right\}, \quad (5.2c)$$

ahol

$$F(z) = \frac{1}{2N} e^{ik_2|z|},$$
 (5.3a)

$$G(x,z) = \frac{1}{N} \cos\left(\frac{m\pi(x+a)}{2a}\right) \cos\left(\frac{m\pi(x_j+a)}{2a}\right) e^{i\gamma_m|z|},$$
 (5.3b)

$$H(x,z) = G(x,z)sign(z), \qquad (5.3c)$$

$$\mathbf{J}(x,z) = \frac{m\pi}{2aN} \sin\left(\frac{m\pi(x+a)}{2a}\right) \cos\left(\frac{m\pi(x_j+a)}{2a}\right) e^{i\gamma_m|z|}.$$
 (5.3d)

5.2. Elektromágneses terek a rés előtt

A rácsokon tapasztalt szokatlan fényszórás eredetét az egyetlen, HHK rés transzmissziós és reflexiós tulajdonságainak elemzése segíthet megérteni. Amint arról a 2.1. szakaszban szó volt, az egyetlen résen rezonáns módon átbocsátott TM-polarizált fény intenzitása a beeső hullám intenzitásának 10-10³-szorosa is lehet, és a $T(\lambda)$ transzmissziós koefficiens Fabry–Pérot-szerű viselkedést mutat [69,71,116]; a reflexiós koefficiensnek azonban jelentősen kisebb figyelmet szenteltek a szakirodalomban. Borisov és társai csupán a kétoldalt nyitott rácsokról visszaverődő TE-polarizált fény reflexiós tulajdonságait hasonlította össze az egyetlen rés reflexiós tulajdonságaival. [15]

A továbbiakban a mindkét oldalán nyitott, HHK résen tapasztalt visszaszórásról (reflexió és diffrakció) lesz szó. A korábbi eredményekkel [69,71,116] való összehasonlíthatóság érdekében vastag, tökéletes vezető fémrétegben kiképzett résen áthaladó TM-polarizált fény szóródását vizsgáljuk. Mivel a fém tökéletes vezető, felületi plazmonok nincsenek jelen. Valódi fémekre a Drude-modellt szokták alkalmazni; jelen leírásban a Drude-modell végtelenhez tartó plazmonfrekvencia esetén alkalmazható.

Ismert, hogy a HHK fémtárgyon szóródó fényhullám jelentős része visszafelé szóródik, legyen a tárgy akár visszaverő, akár átlátszó. Mivel a kétoldalt nyitott HHK fémrácsokról kimutatták [15, 117], hogy megfelelő rezonáns feltételek mellett hatékonyan reflektálják a beeső fényt, feltételezhető, hogy egyetlen rés esetén ugyanez igaz. A továbbiakban megvizsgáljuk, helytálló-e ez a feltevés. Ezt a rés előtti energiafluxusnak a fényszórás több régiójában való numerikus analízisével tehetjük meg. Osszehasonlítottuk az \mathbf{S}_{I} rés előtti, \mathbf{S}_{II} résbeni és \mathbf{S}_{III} rés mögötti energiafluxusokat, valamint a rés be- és kimeneténél kapott amplitúdót és fázist a Fabry-Pérot-rezonátorral kapható értékekkel. Az $R = S_{int}^{rd}$ reflexiós koefficienst a rés bejáratánál (z = b) az $S_n^{rd} =$ S^{rd}/S^i normált fluxusnak a rés 2*a* szélességére vett integráljaként definiálhatjuk (lokális definíció; S^{rd} a visszaszórt fluxus z-komponense, S^i a beeső fluxus z-komponense). Az S^{rd} fluxus a visszafelé szóródó U^r és U^d terek interferenciájaként áll elő. Hasonlóan, a $T = S_{int}^3$ transzmissziós koefficienst a rés kijáratánál (z = 0) az $S_n^3 = S^3/S^i$ normált fluxusnak a rés 2*a* szélességére vett integrálja adja meg (S^3 a transzmittált fluxus). A fenti definíciók tulajdonképpen egyenértékűek a két koefficienst a megfelelő reflektált vagy transzmittált fluxus résszélességre vett integráljának és a beeső fluxus résszélességre vett integráljának hányadosaként megadó definícióval.

Mint látható, a reflexiós koefficiensben szereplő visszafelé szóródó tér összetett, kétkomponensű. Az első térrészben valójában három tér van jelen. Ezek vizsgálatához külön a diffraktált térrel létrejövő, az $S_n^d = S^d/S^i$ hányados résszélességre vett integráljaként definiált, illetve a három (beeső,visszavert és diffraktált) tér interferenciájából előálló $S_n^{ird} = S^{ird}/S^i$ koefficienseket vezettük be.

A λ hullámhossz, 2*a* résszélesség és *b* résvastagság számos értékére vizsgáltuk a fény visszaszórását. Példaként 2*a* = 25 nm résszélesség és λ = 800 nm hullámhossz mellett az *R* reflexiós koefficiens a *b* résvastagság függvényében látható az 5.1(a) ábrán. Összehasonlításképpen a *T* transzmissziós koefficienst, valamint az S_{int}^d diffrakciós és S_{int}^{ird} teljes tér koefficienseket is feltüntettük. A reflexiós rezonanciák $\lambda/2$ periodicitást mutatnak; maximális értékük $R_{\text{max}} \approx 2$. A transzmissziós rezonanciák periódusa szintén $\lambda/2$ [69,71,116], a maximális érték azonban $T_{\text{max}} \approx 10$. A reflexiós rezonanciák a transzmissziós rezonanciákhoz képest a kisebb résvastagságoknál jelentek meg. Látható továbbá, hogy a transzmissziós rezonanciáknál a reflexiós görbének minimuma van; ettől a minimumtól jobbra (a nagyobb résvastagságok irányában) gyenge lokális maximum figyelhető meg. Ennek helye közelítőleg egybeesik S_{int}^d maximumával. Ugyanakkor az S_{int}^{ird} , S_{int}^d és S_{int}^3 normált fluxusok összehasonlítása azt mutatja, hogy a rés előtti három tér interferenciájaként előálló S_{int}^{ird} fluxus gyakorlatilag megkülönböztethetetlen a visszafelé diffraktált U^d



(a) Az $R = S_{int}^{rd}$ reflexiós koefficiens, a $T = S_{int}^3$ transzmissziós koefficiens, valamint az S_{int}^d és S_{int}^{ird} integrált fluxusok abrétegvastagság függvényében $\lambda = 800$ nm hullámhossz és 2a = 25nm résszélesség esetén.



(b) Az $S_{int}^{ird}(a, b)$ integrált fluxus logaritmusa az a fél résszélességnek és a b ernyővastagságnak a függvényében. A vizsgált hullámhossz $\lambda =$ 800 nm



(c) Az $R = S_{int}^{rd}$ reflexiós koefficiens, a $T = S_{int}^3$ transzmissziós koefficiens, valamint az S_{int}^d és S_{int}^{ird} integrált fluxusok a λ hullámhossz függvényében 2a = 25 nm résszélesség és b = 345,7 nm résvastagság esetén.



(d) Az $S_{int}^{ird}(a, b)$ integrált fluxus a b ernyővastagságnak és a λ hullámhossznak a függvényében. A vizsgált résszélesség 2a = 25 nm

5.1. ábra. Transzmissziós és reflexiós koefficiensek.

illetve a transzmittált U^3 terek által létrehozott normált fluxusoktól. Az 5.1(b) ábrán rögzített hullámhossz mellett a fél résszélesség és a résvastagság függvényében látható a transzmissziós koefficiens. A rezonanciák szélessége és eltolódása nő a 2a résszélesség értékének növelésével. Az ábrán a nagy intenzitáskülönbségek miatt logaritmikus skálát használtunk.



5.2. ábra. Az $E_x(U_2) = E_x(x, z)$ normált elektromos tér x komponensének valós része a résbeli távolság függvényében x = 0-nál három rezonáns hullámhossz esetén: $\lambda_r^1 = 800$ nm, $\lambda_r^2 = 389$ nm, $\lambda_r^3 = 255$ nm

Az 5.1(a) ábrán megjelenített négy normált, integrált fluxus az 5.1(c) ábrán a hullámhossz függvényében látható (paraméterek: 2a = 25 nm, b = 345, 7 nm)¹. Az Rreflexiós koefficiens a T transzmissziós koefficienshez hasonló Fabry-Pérot-szerű viselkedést mutat [21,69,71,116,118]. Az első transzmissziós csúcs magasságát – összhangban a szakirodalommal [111,112,116,119] – $T \approx \frac{\lambda}{2\pi a}$ -val közelíthetjük. A csúcsok helye szintén megegyezik a korábban Takakura által megadott $\lambda \approx 2b/m$ értékkel [69], viszont míg az ő modellje csillapítást jelez, addig az általunk használt modell erősítést jósol (lásd még [71,111,112,116,119]). Az éles, Lorentz-típusú transzmissziós csúcsokkal szemben széles, Fano-típusú reflexiós sávok figyelhetők meg (5.1(c) ábra).

Az 5.1(d) ábrán rögzített résszélesség mellett a hullámhossz és az ernyővastagság függvényében látható a transzmissziós koefficiens. A látható tartomány-beli rezonanciák száma az ernyővastagság növelésével nő, míg a hullámhossz növelése a T(b) függvényben tapasztalt rezonanciák szélességének és maximális értékének növekedéséhez vezet.

A transzmissziós rezonanciákhoz közeli hullámhosszaknál az apertúránál teljes visszaverődés figyelhető meg. A fő reflexiós maximumok a *transzmissziós rezonanciákhoz* képest a nagyobb hullámhosszak felé tolódnak el (vöröseltolódás), míg az összes (fő és mellék)

 $^{^1\}mathrm{Az}$ ernyővastagságot $\lambda=800$ nm-nek megfelelő transzmissziós rezonanciához állítottuk be.

reflexiós maximum a $Fabry-P\acute{e}rot$ -rezonanciákhoz képest mutat vöröseltolódást (adott paraméterek mellett $\lambda_{\rm FP} = 2b/m$, $m \in \mathbb{N}^+$). Ez az eltolódás és a reflexiós sávok aszimmetrikus alakja a Fano-analízis [120] segítségével értelmezhető, megkülönböztetve a reflexiós folyamatban résztvevő rezonáns és nem rezonáns hozzájárulásokat. Rezonáns módon az U^d tér, míg nem rezonáns módon az U^r tér alakítja a folyamatot. Aszimmetrikus reflexiós görbét Fabry-Pérot-rezonátorokban is megfigyeltek [121, 122]; ezen aszimmetria elérésének feltétele a két cikk szerint a rezonátorbeli disszipatív veszteségek jelenléte. A jelen problémában ilyen veszteségek nincsenek jelen, de a résen való diffrakció okozta sugárzási veszteség ugyanezt a hatást érheti el.

A reflexiós és transzmissziós koefficiensek megfigyelt viselkedése hasonlít a vékony fémrétegben kialakított réssornál (rácsnál) jelenlévő felületi plazmonokéhoz [117]; ebben a tanulmányban a megfigyelt reflexió-minimum—transzmisszió-maximum párokat az energiának a diffraktált evaneszcens módusból a terjedő módusba csatolásának tulajdonítják. Vastag ernyőnél ez a viselkedés a reflektált és a visszafelé diffraktált terek interferenciájával magyarázható. A tény, hogy minimum-maximum párok alakulnak ki, TE-polarizált fénnyel megvilágított rács esetében már ismert volt [15], ám az ott közölt eredménnyel szemben esetünkben az R+T = 1 egyenlőség nem áll fenn; ezt a koefficiensek definícióinak lokális volta magyarázza.

A Fabry–Pérot-szerű rezonanciák és a teljes visszaverődés közötti kapcsolat megértéséhez kiszámítottuk a fény amplitúdóját és fáziseloszlását a rezonáns és a rezonancia közeli hullámhosszakra a résben és azon kívül (5.2., 5.3. és 5.4. ábrák). A rezonáns hullámhosszaknál a résbeli tér Fabry–Pérot-szerű térbeli eloszlású maximális amplitúdóval rendelkezik (5.2. ábra), azonban a rezonáns esetben a rés két végén duzzadóhelyek jellemzik az elektromos teret. Ez a viselkedés megegyezik a korábban tapasztaltakkal [11,118,123]. A rés bejáratánál a rezonáns konfigurációt jellemző E_x amplitúdókban fázistolás is megfigyelhető. Az S_{int}^{ind} , S_{int}^d és S_{int}^3 fluxusok az első rezonáns hullámhossznál erősítést mutatnak, melynek értéke $\lambda/2\pi a \approx 10$ (a beeső hullámmal összevetve; 5.1(c) ábra). A normált rezonáns S_n^{ird} és S_n^3 fluxusok a közeli zónában közel ötször nagyobbak a beeső hullámnál (5.4. ábra). Az erősítés a résen belül a legnagyobb: majdnem tízszerese a rés előtt és mö-



(a) A $\varphi(E_x(x,z))$ térbeli fáziseloszlás.

(b) A $\varphi(E_x(x=0,z))$ tengelymenti fáziseloszlás.

5.3. ábra. Az E_x elektromos tér $\varphi(E_x(x, z))$ fáziseloszlása a résben és azon kívül. E_x az I, II és III térrészekben rendre az (U^i, U^r, U^d) , az U^2 illetve az U^3 terek segítségével adható meg. Paraméterek: 2a = 25 nm, b = 345, 7 nm, $\lambda = 800$ nm (rezonáns paraméterhármas).



(a) A normált energiafluxus $|S_z(x,z)|$ abszolútértékének térbeli eloszlása.

(b) Az $S_z(x,z)$ energiafluxus-eloszlás x = 0nál. Folytonos vonal: transzmisszlós rezonancia; pontvonal: kis reflexiós rezonancia).

5.4. ábra. Az energiafluxus térbeli eloszlása. Paraméterek: 2a = 25 nm, b = 345, 7 nm, $\lambda = 800$ nm (*b* ábra, folytonos vonal és *a* ábra), $\lambda = 882$ nm (*b* ábra, pontvonal)

gött a közeli zónát jellemző S_n^{ird} és S_n^3 rezonáns fluxusoknak. Az U^i beeső, az U^r reflektált és az U^d diffraktált hullámok interferenciája a $\lambda_{\rm FP} \approx 2b/m$ rezonáns hullámhosszaknál erősen lokalizált hullámot eredményez a közeli diffrakciós zónában, amelynek normált flu-

xusa akár $10-10^3$ -szorosa lehet a beeső hulláménak, de egy nagyságrenddel kisebb, mint a résbeli rezonáns intenzitás.

A kétoldalt nyitott fémréseknél talált hullámhossz-szelektív teljes reflexió a nanoszenzorok körében számos alkalmazást találhat. A három térrészben tapasztalt erősítés a reflektív nanooptikában és az egyedi atomok vizsgálatára alkalmas rezonátorbeli spektroszkópiában (intracavity spectroscopy) használhatók.

6. fejezet

Analitikus transzmissziós formula

A fizikában az (akárcsak közelítő) analitikus megoldások nagy fontossággal bírnak. A folytonos fény HHK résen való áthaladását vizsgáló kísérletek eredményeinek általános elemzése és értelmezése nagyon bonyolult, mert a tanulmányok jelentős része tisztán numerikus számítógép-modelleken alapul. Éppen ezért érthető, hogy a 2001-ben Takakura által talált [69] egyszerű, félanalitikus modell nagy figyelmet kapott. Ez a tanulmány egyértelműen azt jelzi, hogy a transzmissziós együttható a hullámhossz függvényében Fabry–Pérot-szerű viselkedést mutat; azonban a transzmittált fénynek a kísérletekben és más, számítógépes modellek segítségével kimutatott [11,21,23,71,116,123–126] nagy rezonáns erősítésével szemben nagyon alacsony transzmissziós csúcsokat jósol. Az álta-lunk talált, alábbiakban bemutatott formulák viszont az áthaladó hullám nagymértékű rezonáns erősődését jelzik, szemben a Takakura által használt, egyszerű Rayleigh-féle modellen alapuló formula által jósolt csillapítással. A különbség a közeli téri diffrakciónak tulajdonítható, amely a Takakura-féle modellben nem szerepel.

6.1. Analitikus formula keresése

Az itt ismertetett, vastag fémrétegbe vágott, HHK, nanométeres méretű résen áthaladó fény transzmisszióját leíró analitikus módszer a 3.4. szakaszban leírt számoláson alapul keskeny rés közelítés esetén. Az eredeti numerikus kifejezések $z > \frac{2a}{N}$ távolság esetén alkalmazhatók [111, III. szakasz]. Megfordítva a problémát, a rés felosztása, a résszélesség és a vizsgált távolság között az $N > \frac{2a}{z}$ összefüggésnek kell fennállnia. Tehát ha z kellően nagy (|z| > 2a), elegendő N = 1 osztással számolni. Továbbá tételezzük fel, hogy a három térrészben azonos anyag található, azaz $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3$ ($k_1 = k_2 = k_3$)¹.

Ezeket figyelembe véve $T^{j,k}_m \ (N=1 \ {\rm miatt} \ j=k=1):$

$$T_m^{1,1} = \frac{2}{m\pi} \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \qquad m \in \mathbb{N}$$
(6.1)

tehát értéke minden *m*-re zérus, hiszen a szinuszos tényező páros *m*-re, a koszinuszos tényező páratlan *m*-re zérus. Emiatt a (3.79) mátrixelemekkel megadott \hat{R}^{II} , \hat{D}^{II} , \hat{S}^{II} mátrixok egy-egy számmá egyszerűsödnek:

$$R^{II} = \frac{i}{2k} e^{ikb} \tag{6.2a}$$

$$D^{II} = \frac{1}{2}e^{ikb} \tag{6.2b}$$

$$S^{II} = \frac{i}{2k} \tag{6.2c}$$

 S^{I} és S^{III} szintén egy-egy, $k_{1}=k_{2}=k_{3}$ miatt megegyező szám:

$$S^{I} = S^{III} = ia \left\{ H_{0}^{(1)}(ka) + \frac{\pi}{2} [S_{0}(ka)H_{1}^{(1)}(ka) - S_{1}(ka)H_{0}^{(1)}(ka)] \right\}$$
(6.3)

Ezekkel a \mathbf{DU}_0 és \mathbf{DU}_b vektorok is egy-egy számmá alakíthatók:

$$DU_0 = \frac{4ike^{ikb}e^{ik(x\sin\theta - b\cos\theta)}}{(i + kS^I)^2 - e^{i2kb}(S^Ik - i)^2}$$
(6.4a)

$$DU_b = 2\frac{ki(1+e^{i2kb})+k^2S^I(1-e^{i2kb})}{(i+kS^I)^2+e^{i2kb}(S^Ik-i)^2}$$
(6.4b)

Figyelembe véve, hogy (3.71) egyenletből N = 1 esetén $x_1 = 0$, a (3.81) egyenletek a következő analitikus formára hozhatók:

$$H_{3,y}(x,z) \approx i a H_0^{(1)} \left[k \sqrt{x^2 + z^2} \right] D U_0$$
 (6.5a)

$$E_{3,x}(x,z) \approx -\frac{a}{c\sqrt{\epsilon}} \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} H_1^{(1)} \left[k\sqrt{x^2 + z^2} \right] DU_0$$
 (6.5b)

$$E_{3,y}(x,z) = 0 (6.5c)$$

$$E_{3,z}(x,z) \approx \frac{a}{c\sqrt{\epsilon}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} H_1^{(1)} \left[k\sqrt{x^2 + z^2} \right] DU_0$$
(6.5d)

¹Ez a feltételezés csupán egyszerűsítés, az analitikus modell létrehozásához nem szükséges.

Hasonlóképpen az első térrészben:

$$H_{1,y}(x,z) \approx \exp\left[ik(x\sin\theta - z\cos\theta)\right] + \exp\left[ik(x\sin\theta - (2b-z)\cos\theta)\right] -iaH_0^{(1)}\left[k\sqrt{x^2 + (z-b)^2}\right]DU_b$$
(6.6a)

$$E_{1,x}(x,z) \approx -\frac{\cos\theta}{c\sqrt{\epsilon}} \left\{ \exp\left[ik(x\sin\theta - z\cos\theta)\right] - \exp\left[ik(x\sin\theta - (2b-z)\cos\theta)\right] \right\}$$

$$+\frac{a}{c\sqrt{\epsilon}}\frac{z-b}{\sqrt{x^2+(z-b)^2}}H_1^{(1)}\left[k\sqrt{x^2+(z-b)^2}\right]DU_b$$
(6.6b)

$$E_{1,y}(x,z) = 0 \tag{6.6c}$$

$$E_{1,z}(x,z) \approx -\frac{\sin\theta}{c\sqrt{\epsilon}} \left\{ \exp\left[ik(x\sin\theta - z\cos\theta)\right] + \exp\left[ik(x\sin\theta - (2b-z)\cos\theta)\right] \right\} \\ -\frac{a}{c\sqrt{\epsilon}} \frac{x}{\sqrt{x^2 + (z-b)^2}} H_1^{(1)} \left[k\sqrt{x^2 + (z-b)^2}\right] DU_b$$
(6.6d)

Azt várhatnánk, hogy a második térrészben az előbbiekhez hasonlóan található analitikus formula. Azonban a (3.67b) egyenletben megjelenő $z \to 0^+$ és $z \to b^-$ határátmenetek miatt ez nem lehetséges.

A transzmissziós együtthatót az elektromágneses tér időátlagolt **S** Poynting-vektorából (energiafluxusából) határoztuk meg ($\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{H}$): az integrált $S^3(z)$ kimenő oldali fluxus z-komponensének és az $S^i(z)$ integrált beeső fluxus z-komponensének hányadosaként számítottuk ki. Az $S_z^3(z)$ fluxust z távolságon (z > 2a) integráltuk az x tengely mentén az $x_{\min} = [-\infty, \infty]$ tartományon, míg az S_z^i fluxust a rés szélességére (2a) integráltuk a rés bejáratánál. Így a transzmissziós koefficiensre a következő formulát kaptuk [111, (48) egyenlet alapján], figyelembe véve, hogy a nulladrendű Bessel-függvényre fennáll $J_0(0) = 1$:

$$T(\lambda, a, b) = \frac{a}{k\cos\theta} \cdot |DU_0|^2 \tag{6.7}$$

A fenti kifejezés – összhangban az energi
amegmaradás törvényével – nem függ a z távolságtól, következésképpen a közeli és távoli téri transzmisszi
ós együtthatók egyenlő nagyságúak, $T(2a < z < \lambda) = T(\lambda < z).$

6.2. Összehasonlítás a Rayleigh-féle térkifejtési modellen alapuló eljárással

Az előző részben a transzmittált elektromágneses térre és a transzmissziós együtthatóra vonatkozó (6.5)-(6.7) analitikus formulákat keskenyrés-közelítés és a Green-függvény formalizmus segítségével határoztuk meg a Maxwell-egyenletekből. Ebben a szakaszban a fenti formulák pontosságát és érvényességi határait, valamint a korábbi numerikus számításokkal és a sokak által helyesnek vélt, Rayleigh-féle térkifejtési modellen alapuló félanalitikus modell [69] eredményeivel való egyezését vizsgáljuk.

Kiszámítottuk a transzmittált hullám $\mathbf{H}(x, z)$ mágneses és $\mathbf{E}(x, z)$ elektromos terét, valamint T transzmissziós koefficiensét a rés különböző paramétereire. $\theta = 0$ beesési szög mellett a 6.1. ábrákon látható, ordináta (y-) tengelyre szimmetrikus függvényeket kapjuk. A 6.1(a) ábrán 2a = 150 nm résszélesség és b = 150 nm résvastagság esetén láthatók a (6.5) analitikus formulák alapján kapott elektromos és mágneses terek. Összehasonlításképpen a 6.1(b) ábrán az azonos paraméterek mellett a kiindulási (3.81) pontos numerikus formulákkal kapott eredmény látható ($N \neq 1$). Mint az ábrákról leolvasható, a két számítással gyakorlatilag ugyanazokhoz az eredményekhez jutottunk. Növelve a távolságot, az egyezés még nagyobb mértékű. Az ábrákon látható, hogy az E_x és H_y terek |z| = 2a távolságon mért kiszélesedésének mértéke 2a nagyságú (tehát hullámhossznál kisebb) felbontást tesz lehetővé. A 6.1(c) és 6.1(d) ábrák összehasonlítása pedig azt igazolja, hogy – összhangban Betzig és társai munkájával [111, III. szakasz]– a |z| < 2aesetben az analitikus modell már nem használható.

A fény résen való áthaladása nyomán tapasztalt transzmisszió a hullámhossztól is függ. A diszperzió a hullám amplitúdójának megváltozásához vezet, a hullám intenzitásának csökkenését vagy növekedését eredményezi. Azonban az irodalomban ellentétesek a vélemények a transzmisszió megváltozásának mértékét illetően (pl. [1] és [69]). Ezért a (6.7) analitikus transzmissziós koefficienst azonos paraméterek mellett összehasonlítottuk a Takakura cikkében [69] szereplő transzmissziós koefficienssel kapható eredménnyel (6.2(a) ábra).





(a) Az analitikus formulák eredményei |z| = 2atávolságon.

(b) A numerikus formulák eredményei |z| = 2atávolságon (N=21).



6.1. ábra. A $|H_y|$ mágneses, valamint $|E_x|$ és $|E_z|$ elektromos terek téreloszlása. Paraméterek: 2a = 150 nm, $\lambda = 2500$ nm, b = 150 nm

A (6.7) függvénnyel kapott görbe a korábbiakkal összhangban Fabry–Pérot-rezonátorhoz hasonló rés-hullám kölcsönhatást jelez; azonban ezeknek a hullámvezető rezonanciáknak a megvalósulásához adott hullámhossz esetén egy minimális ernyővastagság szükséges. A 6.2(a) ábra 2a = 150 nm résszélesség és b = 150 nm ernyővastagság esetén mutatja a $T(\lambda)$ függvény $\lambda > 2b$ szakaszát. Összehasonlításképpen a 'B' görbe a Takakura által megadott formulával kapott transzmissziós koefficienst ábrázolja. Ezzel a tanulmánnyal szemben az általunk megadott formula alapján számított transzmisszió ('A' görbe) rezonancia-



(a) Résvastagság: b = 150 nm. Az ábrán az analitikus formulával ('A' görbe) illetve a félanalitikus formulával [69] ('B' görbe) kapott transzmissziós görbék láthatók.



6.2. ábra. A transzmisszió a hullámhossz függvényében. A függőleges pontvonal az analitikus formulával kapott rezonancia helyét, a függőleges folytonos vonal a Fabry–Pérotrezonanciák helyét mutatja. Résszélesség: 2a = 150nm.

csúcsot tartalmaz, míg a 'B' görbén nem figyelhető meg rezonanciacsúcs. A 6.2(a) ábra esetében az ernyővastagságot úgy választottuk meg, hogy a $\lambda_{FP} = 2b$ Fabry–Pérot rezonáns hullámhossz még megjelenjen az ábrán. Összehasonlítva az ernyővastagságnak megfelelő $\lambda_{FP} = 300$ nm Fabry–Pérot hullámhosszal, a rezonanciacsúcs vöröseltolódása figyelhető meg. A 6.2(b) ábra szerint a $\lambda_{FP} = 2b/n$ hullámhosszaknál a rés Fabry–Pérot-rezonanciát mutat. Az ábra a transzmissziós koefficienst a λ hullámhossz függvényében mutatja 2a = 150 nm résszélesség és a hullámhossznál nagyobb b = 1000 nm ernyővastagság ság esetén. Az ábrán látható négy görbe a Takakura-féle félanalitikus megoldás alapján, valamint az általunk kapott analitikus formulákból és a (3.81) numerikus formulákból [111] kapható transzmissziós koefficienssel a közeli (z = 150 nm) és a távoli zónában (z = 1 mm) kapható görbék. A transzmissziós spektrumok a Fabry-Pérot-rezonátoroknál megfigyelhető rés-hullám kölcsönhatást demonstrálnak. Viszont a transzmissziós rezonanciacsúcsok szisztematikus eltolódást mutatnak a $\lambda_{FP} = 2b/n$ ($n \in \mathbb{N}$) Fabry-Pérot-hullámhosszaktól

a nagyobb hullámhosszak irányába. Ugyancsak látható, hogy az általunk kapott formula segítségével meghatározott rezonáns hullámhosszak jó egyezést mutatnak a félanalitikus modellel [69], ami a hullámegyenletet a Rayleigh-féle térkifejtési módszer segítségével oldja meg, azonban a csúcsok magassága különbözik: az általunk kapott formula rezonáns erősítást jósol, míg a félanalitikus modellel csillapítás állapítható meg. Észrevehető továbbá, hogy a 'B', 'C' és 'D' görbék vékony rés esetén $(2a \ll \lambda)$ gyakorlatilag megkülönböztethetetlenek. Bizonyos rezonáns hullámhosszakra az analitikus formulával kapott ('B' görbe) és a numerikus számításokkal kapott ([111], 'C' és 'D' görbék) transzmissziós koefficiensek egynél (0 dB-nél) nagyobbak lehetnek. A klasszikus optika szempontjából ez a jelenség különösnek tűnhet. Mind a klasszikus geometriai ($\lambda \ll 2a$), mind a Fresnel-Kirchhoff-diffrakció ($\lambda < 2a$) szerint csak a rés felületére érkező fényenergia határozza meg a transzmittált energiát, míg a fénynek a résen kívül az ernyőre érkező részét az ernyő teljesen elnyeli, ami miatt T nem lehet nagyobb egynél. Vastag ernyőben lévő HHK $(\lambda > 2a)$ rés esetén azonban – mint erről a 2.1. szakaszban szó volt – az ernyő nem nyeli el teljesen a résen kívüli energiát. Megfelelő rezonáns feltételek mellett a rendszer a résbeli és az azt körülvevő ernyőre érkező energiát újra elosztja, ami a résre érkező energiánál nagyobb energiamennyiség hatékony átviteléhez vezet. Ez azonban nem jelenti az energiamegmaradás törvényének sérülését. A vázolt, FPP-okat nem tartalmazó modellben az EM hullámokra felírt határfeltételek eredményezik az energiaeloszlás átrendeződését. Az ábrákon az is megfigyelhető, hogy – az 5.1(c) és 5.1(d) ábrák megfigyeléseivel megegyezően – növekvő hullámhosszal a transzmissziós koefficiens növekszik (értéke rezonanciánál: $T_{rez} \approx \frac{\lambda}{2\pi a}$). A megfigyelés összhangban van Yang és Sambles kísérleti eredményeivel [71].

A (6.3), (6.4a) és (6.7) egyenletek azt mutatják, hogy maximális transzmisszió a $\lambda = 2b/n$ Fabry–Pérot-hullámhosszak körül kapható; az ettől való eltolódást a (6.4a) nevezőjében található, hullámhossztól függő tagok okozzák. Az ábrákról leolvasható, hogy míg a rezonanciák helye és eltolódása jó egyezést mutat a félanalitikus modell eredményeivel [69], addig a nagysága erősen eltér attól: míg [69] eredményei csillapítást jeleznek, addig (6.7) erősítést mutat. A különbséget a (6.7) transzmissziós koefficienst módosító közeltéri diffrakció okozza, ami a Rayleigh-kifejtésen alapuló Takakura-féle modellből hi-

ányzik. Ez utóbbi modellben a három térrészt jellemző EM-tereket az $U_2(x, z)$ résbeli térnek az $U_1(x, z)$ és $U_3(x, z)$ külső terekhez való illesztésével érhetjük el; az illesztést a z = 0és z = b síkokon hajtjuk végre. A belső teret az üregmódus kifejtéssel, végtelen számú hullámvezető módus összegeként írhatjuk le; legtöbbször elegendő a legkisebb indexű hullámvezető módust használni. Az $U_1(x,z)$ és $U_3(x,z)$ külső terek a síkhullám kifejtéssel, végtelen sok síkhullám szuperpozíciójaként adhatók meg. Mindaddig, míg $\lambda < 2a$ fennáll, csekély közelitéri diffrakció jelenik meg, vagyis $U_1(x, z)$ és $U_3(x, z)$ közel síkhullámként kezelhető. Ugyanúgy, mint a második térrész esetében, ezeket a tereket is leírhatjuk csupán néhány tag segítségével. Például az Airy-formula ezen tereket nulladrendű közelítésben írja le, ami az x irányú függés elhanyagolását jelenti ($U_1(x, z) \approx U_1(z), U_3(x, z) \approx U_3(z)$). A HHK rések esetében ezek a közelítések nem használhatóak, mert a közelitéri diffrakció nem elhanyagolható, ami miatt az $U_1(x, z)$ és $U_3(x, z)$ terek térbeli eloszlása és energiája erősen eltér a síkhullám esetében tapasztalttól; ezért pontos megoldás eléréséhez nagyszámú tag figyelembe vétele szükséges $U_1(x,z)$ és $U_3(x,z)$ síkhullám kifejtésében. Mivel a Rayleigh-féle modell csak néhány tagot tartalmaz, az ezen alapuló modellek várhatóan nagyon pontatlan közelítést adnak úgy a transzmissziós koefficiensre, mint a három térrészben jelenlévő elektromos és mágneses terekre. Ezzel szemben a Green-függvény formalizmuson alapuló eljárás a (3.69) integrálegyenletek numerikus megoldásán alapul; az ebből a numerikus megoldásból egyszerűsítésekkel kapott analitikus formula az előbbinél sokkal nagyobb egyezést mutat a pontos numerikus modellel kapható eredménnyel.

Összegezve, analitikus formulákat határoztunk meg a HHK résen diffraktálódó folytonos fény EM terére a rés közvetlen környezetében; a kapott formulákkal kapható tereket összevetve a pontos numerikus formulákkal kapható eredményekkel megállapítható, hogy |z| > 2a távolság esetén a formulák helyes leírását adják az EM térnek. A reflexiós görbében a transzmissziós görbéhez hasonlóan Fabry–Pérot-szerű rezonanciacsúcsok figyelhetők meg; ezek nagysága azonban csupán ötödrésze a transzmissziós csúcsok nagyságának.

7. fejezet

Ultrarövid fényimpulzusok diffrakciója nanorésen

Az eddigiekben folytonos fény résen való áthaladását vizsgáltuk. Meghatároztuk Betzig és társai munkájából kiindulva [111] a rés előtti illetve résbeni elektromos és mágneses tereket, valamint analitikus formulát adtunk eme terekre a rés előtt és után. A továbbiakban ultrarövid impulzusok résen való áthaladásának modellezéséről és elemzéséről lesz szó.

Már az első lézerek is impulzusüzeműek voltak. Ezek néhány száz mikroszekundumos időtartama azonban jóval nagyobb volt, mint a későbbiekben a Q-kapcsolt lézerekkel előállítható, elektronikai eszközökkel még mérhető impulzusok időtartama. Az így elérhető néhány nanoszekundumos, nagy csúcsteljesítményű lézereket a módusszinkronizált lézerek követték. Ettől a ponttól beszélünk ultrarövid impulzusokról. Ezek méréséhez már új technikák kidolgozására volt szükség, minthogy elektronikai eszközökkel ezek közvetlenül már nem mérhetők. Titán-zafír lézer és megfelelően tervezett fázismoduláló tükrök ("csörpölt" tükrök) alkalmazásával akár 4-5 fs-os impulzusok is előállíthatók. (Az ilyen módon eddig elért legrövidebb impulzus időtartama 4.1 fs [127,128]. Mára attoszekundumos impulzusokat is állítottak elő.) Az ultrarövid impulzusok a kondenzált anyagokban a piko- illetve femtoszekundumos időskálán lezajló fizikai folyamatok (molekulák vibrációs mozgása, a töltéshordozók átrendeződése a félvezetők sávszerkezetében, elektronok mozgása fémekben stb.) illetve a biológiai mintákban lezajló ultragyors folyamatok vizsgálatára alkalmasak. Ezeknek az impulzusoknak a nanostrukturált optikai elemeken való áthaladását vizsgáló tanulmányokat a 2.2. szakaszban tekintettük át.

7.1. Ultrarövid impulzusok leírása

A Fourier-optika mind a periodikus, mind a nem periodikus fényhullámokat harmonikus függvények segítségével írja le. Általánosan az optikai jelet az idő- és frekvenciatartományon leíró függvények a Fourier- (illetve inverz Fourier-) transzformáció segítségével alakíthatók egymásba. Például a folytonos harmonikus hullám Dirac-delta függvény (azaz csak az ω_0 központi frekvenciánál nullától eltérő értékű függvény) a frekvenciatartományban: $\delta(\omega - \omega_0)$. Impulzusok esetében a Fourier-transzformáció azok sávszélessége és időbeli szélessége között teremt kapcsolatot: a minimális időtartamú fényimpulzus közelítőleg a $\Delta t = 2\pi/\Delta \omega$ összefüggés szerint határozható meg, ahol $\Delta \omega$ a sávszélesség, Δt az időbeli szélesség. (Ettől azonban a valós impulzusok tényleges időtartama eltér: pontosabb értéket ad a $\frac{\Delta \omega \Delta t}{2\pi} \geq K$ összefüggés, ahol K a feltételezett impulzusburkolótól függ, pl. Gauss-eloszlás esetén értéke 0,441, míg szekáns hiperbolikus eloszlás – intenzitásalak: sech²(t/τ) – esetén 0,315.) [129] Gyakorlati szempontból ez azt jelenti, hogy a rövid impulzusok előállításához nagy sávszélességű lézeraktív anyag szükséges.

Az impulzusok időbeli alakját nagyon gyakran Gauss-alakúnak feltételezik (lásd pl. [60, 92, 96, 98, 101, 130–134]). A spektrális sűrűség ekkor a következő alakú:

$$U(\omega) = \tau_0 \sqrt{\frac{\pi}{2\ln 2}} e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2 \tau_0^2}{8\ln 2}} \cdot U_0, \qquad (7.1)$$

ahol τ_0 az impulzus időbeli félértékszélessége, ω_0 a központi frekvencia. Ha az U_0 függvény helyére a 3.4. szakaszban szereplő U_b^i függvényt behelyettesítjük (figyelembe véve, hogy kértéke a frekvenciával $k(\omega) = \omega/c$ szerint változik), majd az így kapott $U(x, \omega)$ függvényre az ω frekvencia minden értéke esetén végrehajtjuk a 3.4. szakaszban szereplő levezetést, megkapjuk a résen áthaladó impulzus $U(x', \omega)$ frekvencia-tartománybeli alakját. Ezen a függvényen végrehajtva az inverz Fourier-transzformációt:

$$U(x',t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(x',\omega) e^{i\omega t} d\omega, \qquad (7.2)$$

a teljes impulzus időbeli viselkedését leíró U(x',t) függvényhez jutunk. Ebből az elektromos és mágneses terek mind a három térrészben meghatározhatók.

Mivel a számítások során numerikus eljárásokat használtunk, a Fourier-transzformációt is numerikus módszerrel, a gyors Fourier-transzformációval (Fast Fourier-Transform, FFT) valósítottuk meg. Ehhez a megfelelő [$\omega_{\min}, \omega_{\max}$] spektrális tartományt és a mintavételezési pontok számát úgy határoztuk meg, hogy az FFT eredményét összevetettük az eredeti függvénnyel.

7.2. Ultrarövid impulzusok térbeli lokalizációja

Az impulzusüzemű NSOM-rendszer térbeli felbontásának limitációit nem ismerjük. Elméleti szempontból a legfontosabb kérdés a kollimáció foka, a résen áthaladó ultrarövid impulzus hossza és a réstől távolabb mért térbeli és időbeli kiszélesedés mértéke. A továbbiakban megvizsgáljuk, lokalizálható-e az ultrarövid impulzus térben és időben egyidejűleg.

7.2.1. A transzmissziós görbe hatása az impulzusalakra

Az impulzus egyes ω Fourier-komponenseinek amplitúdója függ a hullámhossztól ($\lambda = 2\pi c/\omega$). A diszperzió miatt a transzmittált hullámcsomag Fourier-spektruma megváltozik, ami az impulzus szélességének és hosszának megváltozását vonja maga után. Az egyes frekvenciakomponensek (FK) diszperziója általában a $T_{\rm FK}(\lambda)$ normált transzmissziós koefficienssel írható le, ami az S_z/S_z^i normált energiafluxus résszélességre vett integráljaként számítható ki, ahol S_z^i a beeső hullám (egységnyi amplitúdójú) energiafluxusa, S_z a transzmittált fluxus:

$$T_{\rm FK} = -\frac{c\sqrt{\epsilon_1}}{4a\cos\theta} \cdot \int_{-a}^{a} \lim_{z \to 0^-} (E_x H_y^* + E_x^* H_y) dx$$
(7.3)



10 1,0 В С 0,8 D Transzmisszió ^{0,6} 0,4 0,2 0 L 200 400 800 1000 600 λ (nm)

61

(a) A $T_{\rm FK} = T_{\rm FK}(b)$ transzmissziós koefficiens a *b* résvastagság függvényében. Résszélesség: 2a = 25nm, hullámhossz: $\lambda = 800$ nm. A – numerikus formula; B – analitikus közeltéri formula; C – analitikus távoli téri formula.

(b) A $T_{\rm FK} = T_{\rm FK}(\lambda)$ transzmissziós koefficiens a hullámhossz függvényében. Résszélesség: 2a = 25nm. Ernyővastagságok: A – 345,7nm, B – 200nm.

7.1. ábra. A résen áthaladó $\lambda = 800$ nm hullámhosszúságú frekvenciakomponens transzmissziós koefficiense az ernyővastagság illetve a hullámhossz függvényében. Az első ábrán (7.3), (7.4) és (6.7) formulák segítségével kapott görbék láthatók. A második ábrán összehasonlításképpen a 7.3. szakaszban vizsgált két impulzus Fourier-spektrumát is ábrázoltuk: C–100 fs, D–5 fs.

Ez az egyenlet a transzmissziós koefficiens lokális definíciója a közeli térben; azokat az evaneszcens módusokat is tartalmazza, amelyek a távoli zónában lecsengenek. Kiszámítottuk a $T_{\rm FK}$ transzmissziós koefficienst a *b* ernyővastagság és a λ hullámhossz függvényében a 2*a* résszélesség különböző értékeire az impulzus egy ω Fourier-komponensére. A beeső mágneses tér egységnyi nagyságú.

A 7.1(a) ábrán $\lambda = 800$ nm hullámhossz és 2a = 25 nm résszélesség esetén látható a $T_{\rm FK}(b)$ függvény; a 7.1(b) ábrán pedig a fentivel megegyező résszélesség és különböző résvastagságok esetén látható a $T_{\rm FK}(\lambda)$ koefficiens. Mivel az impulzusok transzmisszióját nagyban befolyásolja az azokat alkotó frekvenciakomponensek transzmissziója, a 7.1(b) ábrán egy hosszú ($\tau = 100$ fs) és egy rövid ($\tau = 5$ fs) impulzus spektruma is látható. A 7.1(a) ábrán a (6.7) formulát a (7.3) formulával és a távoli zónában érvényes

$$T_{\rm FK} = -\frac{c\sqrt{\epsilon_1}}{4a\cos\theta} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} (E_x H_y^* + E_x^* H_y) dx$$
(7.4)

formulával hasonlítjuk össze. Látható, hogy a formulák segítségével kapott eredmények közötti eltérés jelentéktelen. A 7.1(b) ábráról leolvasható, hogy adott hullámhossznál a résen belüli hullámvezető rezonanciák eléréséhez egy minimális ernyővastagság szükséges. Ha $b \leq \lambda/2$, nem jelennek meg transzmissziós csúcsok [69]. A felületi plazmonok által erősített transzmisszióra ez nem igaz: ebben az esetben jóval kisebb résvastagságok esetén is létezik erősítés. A felületi plazmonok a fémen belüli extinkciós (gyengítési) távolságon belül gerjesztődnek. Ez a távolság pl. alumíniumra $\lambda = 800$ nm hullámhossznál közelítőleg 4 nm, ami azt jelenti, hogy az általunk tárgyalt paraméterek esetén a felületi plazmonok nem befolyásolják jelentősen az erősített optikai transzmissziót. A keskenyebb és vékonyabb rések esetén a véges vezetőképesség miatt fellépő effektusokat is figyelembe kell venni.

7.2.2. Ultrarövid impulzusok a közeli, közép és távoli zónában

Mint azt a szakasz bevezetőjében említettük, elméleti szempontból a legfontosabb kérdés a kollimáció foka, a résen áthaladó ultrarövid impulzus hossza és a réstől távolabb mért térbeli és időbeli kiszélesedés mértéke. A bevezetőben feltett kérdések megválaszolása céljából kiszámítottuk a nanométeres méretű résen áthaladó ultrarövid impulzusok közeli téri amplitúdó-eloszlását. A diffraktált hullámcsomag $|E_x|$ amplitúdó-eloszlását a beeső impulzus τ hosszának, a $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ központi hullámhossznak, a 2*a* résszélességnek, illetve a *b* ernyővastagságnak különböző értékei mellett számítottuk ki. A 7.2. és 7.3. ábrákon egy $\tau = 2$ fs és $\tau = 750$ as hosszúságú impulzus elektromos terének $|E_x|$ normált amplitúdó-eloszlása látható a következő szimulációs paraméterek mellett: 2a = 50 nm, b = 25 nm, $\lambda_0 = 500$ nm. A paramétereket úgy választottuk meg, hogy a transzmissziós rezonanciák ne befolyásolják az impulzusalakot (ld. 5.1(b) ábra). Az $|E_x|$ eloszlást az ernyőtől mért három távolság esetén számítottuk ki: közvetlenül az ernyő mögött (z = -0.1a), a közeli (z = -a) illetve a távoli (z = -10a) diffrakciós zónában.





(a) Az $|E_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -0.1a távolságon.

(b) Az $|E_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért



(c) Az $|E_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mértz=-10atávolságon.

7.2. ábra. Az $|E_x|$ normált amplitúdó-eloszlás. Paraméterek: $\tau = 2$ fs, 2a = 50 nm, b = 25 nm, $\lambda_0 = 500$ nm.

Ezenfelül a paraméterek (résszélesség, ernyővastagság stb.) különböző értékei mellett vizsgáltuk az elektromágneses tér E_z és H_y komponenseit, valamint az energiafluxus S_x és S_z komponenseit. Példaképpen a 7.4. és 7.5. ábrákon az elektromágneses tér $|E_z|$ és $|H_y|$ komponensei, valamint az energiafluxus $|S_x|$ és $|S_z|$ komponensei láthatók a fentiekkel azonos paraméterek mellett az ernyőtől mért három távolság esetén (z = -0.1a, z = -a illetve z = -10a). A 2a = 50 nm résszélesség az az apertúraméret, amelyet a kísérletek során még általánosan alkalmaznak a látható tartományban lévő megvilágítást ($\lambda \approx 500$ nm) használó közeli téri ($z \approx -a$) mikroszkópiában [111].

A 7.2(a) és 7.3(a) ábrák elemzése azt mutatja, hogy az impulzus pontosan az apertúra



(a) Az $|E_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -0.1a távolságon.

(b) Az $|E_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért



(c) Az $|E_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért $z=-10a \mbox{ távolságon}.$

7.3. ábra. Az $|E_x|$ normált amplitúdó-eloszlás. Paraméterek: $\tau=750$ as, 2a=50nm, b=25nm, $\lambda_0=500$ nm.

szélességével (jelen esetben $2a = \lambda_0/10$) megegyező méretű közvetlenül az ernyő mögött (z = -0, 1a). Így a NSOM alapelve igaz marad ultrarövid impulzusok esetén: tehát ha femto- vagy szub-femtoszekundumos impulzust bocsátunk át egy nanométeres méretű résen, továbbra is nanométeres térbeli felbontáshoz jutunk. Az apertúra a hullámcsomag központi hullámhosszánál kisebb felbontást ($2a \ll \lambda_0$) biztosít. A 7.2(a) ábra esetén a diffraktált impulzus τ hossza az ernyőnél gyakorlatilag megegyezik a beeső impulzus hosszával ($\tau \approx 2$ fs). Tehát a 2 fs-os beeső impulzushoz rendelhető időbeli felbontás gyakorlatilag változatlan az áthaladás után közvetlenül az apertúránál. Ez tehát igazolja a nanométeres térbeli és femtoszekundumos időbeli felbontás egyidejű biztosíthatóságát. Attoszekundu-



(a) Az $|E_z|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -0.1a távolságon.



(b) A $|H_y|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mértz=-0.1atávolságon.



(c) Az $|E_z|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mér
tz=-atávolságon.



(d) A $|H_y|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mértz=-atávolságon.



7.4. ábra. Az $|E_z|$ és $|H_y|$ normált amplitúdó-eloszlások. Paraméterek: $\tau = 2$ fs, 2a = 50 nm, b = 25 nm, $\lambda_0 = 500$ nm.



(a) Az $|S_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -0.1a távolságon.



(b) A $|S_z|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -0.1a távolságon.



(c) Az $|S_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért $z=-a \mbox{ távolságon}.$



(d) A $|S_z|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -a távolságon.



(e) Az $|S_x|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért z = -10a távolságon.



(f) A $|S_z|$ amplitúdó-eloszlás az ernyőtől mért $z=-10a \mbox{ távolságon}.$

7.5. ábra. Az $|S_x|$ és $|S_z|$ normált amplitúdó-eloszlások. Paraméterek: $\tau = 2$ fs, 2a = 50 nm, b = 25 nm, $\lambda_0 = 500$ nm.

mos impulzusok esetén azonban a transzmittált impulzus Fourier-spektruma jelentősen leszűkül. Ez az impulzushossz néhányszoros megnövekedését eredményezi (7.3(a) ábra). A látható spektrális tartományban ($\lambda_0 \approx 500 \text{ nm}$) ez a jelenség tehát limitálja az egyidejű térbeli és időbeli felbontást. Az impulzusüzemű NSOM-rendszer limitációit a 7.2(b), 7.2(c), 7.3(b) és 7.3(c) ábrákon keresztül vizsgálhatjuk. A NSOM-rendszerekben nem közvetlenül a rés mögött ($|z| \approx 0.1a$), hanem attól |z| = a (fél résszélesség-) távolságon szokás a vizsgálatokat végrehajtani [111]; az ábrákon azt láthatjuk, hogy 2 fs-os impulzusok esetén megmarad a kísérletekben tapasztalt, közel a rés mértani vetületének megfelelő méretű felbontás (7.2(b) ábra). Ezen a távolságon a diffraktált impulzus hossza gyakorlatilag megegyezik a beeső impulzus hosszával. Tehát az 50 nm-es térbeli és 2 fs-os időbeli felbontás elméletileg elérhető. Ha a szimulációt 750 as-os impulzussal hajtottuk végre, a NSOM-rendszer térbeli felbontása közelítőleg feleakkora volt, mint a 2 fs-os impulzus esetén (7.3(b) ábra). A szimuláció szerint a szub-femtoszekundumos tartományban a NSOM térbeli felbontása az impulzushossz csökkentésével romlik. Ez fontos eredmény, hiszen míg az általánosan vizsgált, μ m-es méretű réseken diffraktált ps időtartamú impulzusok esetében a térbeli felbontást csupán az apertúra mérete határozza meg, jelen esetben ez nem így van. A szub-femtoszekundumos impulzusok időbeli kiszélesedése $|z| \approx a$ távolságon az időbeli felbontást is behatárolja. A távoli zónában (|z| = 10a) mindkét vizsgált impulzus további térbeli és időbeli kiszélesedést és torzulást szenved (7.2(c) és 7.3(c) ábrák). Ez természetesen mind a térbeli, mind az időbeli felbontás további csökkenését eredményezi.

A fenti numerikus elemzés kimutatta, hogy az impulzusalakot és -hosszt megváltoztatja a rés $T_{\rm FK} = T_{\rm FK}(\lambda)$ transzmissziós függvénye. Ugyancsak megmutattuk, hogy megfelelő feltételek mellett a hullámcsomag gyakorlatilag térbeli és időbeli kiszélesedés nélkül halad át a résen (7.2(a), 7.2(b) ábrák). A 7.1(b) ábra segítségével megadhatóak a kiszélesedésmentes terjedés feltételei. A grafikon alapján látható, hogy minél vékonyabb az ernyő, a transzmissziós csúcsok annál inkább a kisebb hullámhosszak felé tolódnak el; így egy vékonyabb (b < 50 nm) ernyőben kiképzett apertúra $T_{\rm FK}$ transzmissziós együtthatója közelítőleg állandó a $\Delta \lambda \approx [300 \text{ nm}, 1000 \text{ nm}]$ spektrális tartományon. A femtoszekundumos hosszúságú, $\lambda_0 = 500$ nm központi hullámhosszú hullámcsomag Fourier-spektrumának szélessége nem haladja meg a $\Delta\lambda$ diszperzió-mentes intervallumot. Továbbá a femtoszekundumos impulzusok diffrakciója közvetlenül az ernyő mögött (z < a) kicsi. Tehát a közeli zónában egy keskeny apertúra femtoszekundumos impulzusok kiszélesedés-mentes diffrakcióját biztosítja. A bemenő impulzus hosszának csökkentése és/vagy az ernyővastagság növelése a diffraktált impulzusok torzulásához és az impulzus alapú NSOMrendszer felbontásának csökkenéséhez vezet.

7.3. Impulzusok erősített transzmissziója

7.3.1. A transzmissziós rezonanciák hatása az ultrarövid impulzusokra

Az előző szakaszban nagyon vékony ernyőbe vágott nagyon keskeny résről volt szó. Ebben az esetben rezonáns transzmisszió nem tapasztalható (lásd 7.2.1. alszakasz), vagyis az impulzus valamennyi frekvenciakomponensének amplitúdója ugyanolyan mértékben változik az áthaladás során. Azonban az impulzus alakja nagy mértékben megváltozhat, ha a rés vastagságát és szélességét úgy választjuk meg, hogy az impulzus központi frekvenciája maximálisan erősődjön.

A továbbiakban megvizsgáljuk, hogyan módosul a résen áthaladó impulzus az őt alkotó rezonáns frekvenciakomponensek miatt. Várható, hogy erősített transzmisszió akkor jelenik meg, ha a rendszer a hullámcsomagot alkotó valamennyi Fourier-komponenst közel azonos mértékben erősítve engedi át. Ha az energiaáram szimmetrikus a rés körül, az impulzus szélessége és hossza nagyon gyorsan nő az ernyő mögött. Tehát a rezonancia miatt megjelenő erősített impulzus feltehetően csak a hullámcsomag térbeli és időbeli kiszélesedése árán jöhet létre.

Az elmélet ellenőrzéséhez kiszámítottuk a transzmittált impulzus energiafluxusának térbeli eloszlását a rezonáns és antirezonáns¹ helyzeteknek megfelelő résvastagságok ese-

¹Antirezonáns hely alatt a rezonanciacsúcsok közötti, legkisebb transzmissziónak megfelelő helyet értem.



69

(a) Nem rezonáns transzmisszió. b = 200nm, $\tau = 100$ fs.

(b) Rezonáns transzmisszió. $b=345,7\mathrm{nm},\,\tau=100\mathrm{fs}.$



(c) Nem rezonáns transzmisszió. b = 200nm, (d) Rezonáns transzmisszió. b = 345, 7nm, $\tau = \tau = 5$ fs. 5fs.

7.6. ábra. A transzmittált impulzus energiafluxus
a|z|=a/2távolságon. Résszélesség: 2a = 25nm, központi hullámhossz:
 $\lambda_0=800$ nm.

tében. A két eset közötti különbséget a három térrészben jelenlévő téreloszlásokat bemutató egyetlen ábra szemléltetné a legjobban. Ekkor azonban három változó mentén (mozgó ábrán) kellene bemutatni a folyamatot. Ehelyett néhány példát mutatunk a téreloszlásra.

A 7.6. és 7.7. ábrákon |z| = a/2 illetve |z| = a távolságokon látható a 2a = 25 nm, b = 200 nm illetve 345,7 nm, $\tau = 100$ fs és 5 fs paraméterekkel jellemzett folyamat eredményeként kapott energiafluxus. A 7.6(a), 7.6(c), 7.7(a) és 7.7(c) ábrákon a nem rezonáns eset, a 7.6(b), 7.6(d), 7.7(b) és 7.7(d) ábrákon pedig a rezonáns eset látható, mindegyik grafikon a megfelelő nem rezonáns eset maximális értékére normálva.

A kimeneti impulzus alakja és intenzitása a rés paramétereitől és az impulzus spektrá-

70

lis szélességétől függ. A 100 fs-os bemenő impulzus spektrális szélessége kisebb, mint akár a keskeny rések transzmissziós rezonanciájának szélessége (7.1(b) ábra). A fluxus 7.6(a) és 7.6(b) ábrákon látható eloszlásainak összehasonlítása azt mutatja, hogy a használt paraméterek mellett a transzmittált hullámcsomag egy nagyságrenddel erősödik, és egyidejű lokalizálása figyelhető meg a 25 nm térbeli és 100 fs időbeli tartományban a közeli térben. A kimenő impulzusok intenzitáseloszlásának alakja szinte azonos a rezonáns és nem rezonáns esetben. Az ábrák csupán S_z nagyságában különböznek. Igy |z| = a/2 távolságon a rés az impulzust rezonánsan erősíti annak térbeli vagy időbeli kiszélesedése nélkül. Ez a rés diszperziós tulajdonságainak vizsgálata alapján válik érthetővé. b = 200 nm ernyővastagság esetén a fő rezonancia-hullámhosszal meg nem egyező λ_0 központi hullámhosszú hullámcsomag Fourier-komponenseinek amplitúdói gyakorlatilag nem módosulnak, ami a hullámcsomag diszperzió- és torzulásmentes nem rezonáns transzmissziójához vezet. Vastagabb ernyőnél (b = 345, 7 nm), amikor a központi hullámhossz egybeesik a rezonanciahullámhosszal, valamennyi Fourier-komponens közel azonos mértékben erősödik. Tehát a rés az impulzust annak térbeli és időbeli kiszélesedése nélkül egy nagyságrenddel erősítheti (7.6(b) és 7.7(b) ábrák). Vegyük észre továbbá, hogy |z| = a távolságon a rezonánsan és az antirezonánsan transzmittált impulzusok természetes térbeli kiszélesedést mutatnak

Egy 5 fs-os impulzus spektrális szélessége jóval nagyobb, mint a 100 fs-os impulzusé; ennek a spektruma már "nem fér bele" a keskeny réseknél kimutatott transzmissziós rezonanciába (7.1(b). ábra). A rezonánsan átvitt 5 fs-os impulzus időbeli szélessége éppen ezért nagyobb, mint a nem rezonáns esetben tapasztalt szélesség. Ugyancsak észrevehető, hogy az 5 fs-os impulzus intenzitáserősítése közelítőleg feleakkora, mint a 100 fs-os impulzusé. A rövid impulzusok időbeli kiszélesedése és az erősítés-csökkenés tehát az egyidejű térbeli és időbeli lokalizáció és erősítés természetes limitációját jelzi.

transzverzálisan (x irányban), időbeli szélességük azonban változatlan.

Mielőtt a fenti eredményeket egy kísérleti eszköz esetén szeretnénk alkalmazni, fontos meggondolni a modell korlátait. A fenti eredmények tökéletes vezető ernyő esetén igazak. Ilyen ernyő (jó közelítéssel) előállítható; azonban a mai technológiákban inkább szokványos anyagokat (közönséges fémeket) használnak. A fémek a mikrohullámú tar-



 n^{14} n^{12} n^{14} n^{12} n^{10} n^{10} n^{1

(a) Nem rezonáns transzmisszió. b = 200nm, $\tau = 100$ fs.

(b) Rezonáns transzmisszió. $b=345,7\mathrm{nm},\,\tau=100\mathrm{fs}.$



(c) Nem rezonáns transzmisszió. b = 200nm, (d) Rezonáns transzmisszió. b = 345, 7nm, $\tau = \tau = 5$ fs. 5fs.

7.7. ábra. A transzmittált impulzus energiafluxus
a|z|=atávolságon. Résszélesség: $2a=25 \mathrm{nm},$ központi hullámhossz
: $\lambda_0=800 \mathrm{nm}.$

tományban tökéletes vezetőnek tekinthetők. Ez a közelítés mindaddig igaz, míg a rés szélessége és az ernyő vastagsága meghaladja a fémbeli extinkciós távolságot (minden Fourier-komponensre). A fény intenzitása az $I(z) = I_0 e^{-z/\delta}$ Beer-Lambert-törvény szerint csökken a fémben, ahol $\delta = \delta(\lambda)$ az ernyő extinkciós távolsága. A $\lambda > 100$ nm spektrális tartományban az alumínium opacitása $\delta < 11$ nm. A hullámhosszat 100 nm-ről 50 nm-re csökkentve az extinkciós távolság 220 nm-re nő. Tehát mindaddig, míg a vizsgált ernyő kellően vastag, illetve az impulzus Fourier-komponenseihez tartozó hullámhosszak 100 nm-nél nagyobbak, a tökéletes vezető közelítés helytálló.

7.3.2. Impulzus időfejlődése a három térrészben

Az előző szakaszban megmutattuk, hogy egy ultrarövid impulzus egyetlen résen történő transzmissziója során megfelelő rezonáns feltételek mellett az impulzus erősödhet. Ebben a szakaszban megmutatjuk, hogy az ultrarövid (néhány ciklusú) impulzusok vastag fémes ernyőbe vágott, hullámhossznál kisebb résen történő erősített visszaverődéséért és áthaladásáért felelős egyik fizikai folyamat a stacionárius, kvázistacionárius illetve nem stacionárius hullámok résen belüli Fabry–Pérot-szerű rezonáns gerjesztése. Ez a stacionárius, kvázistacionárius és nem stacionárius hullámok résen belüli rezonáns gerjesztéséhez és erősítéséhez vezet; az erősített tér a rés közvetlen környezetében figyelhető meg. Az általunk talált három, különböző mértékű erősítést eredményező tartomány mindaddig létezik, míg az ernyő anyaga tökéletes vezetőnek tekinthető. Az elmélet univerzálisan igaz bármely impulzus-szóró rendszerre, mely a stacionárius rezonanciák fenntartására képes. Rámutatunk, hogy létezik egy impulzushossz-határ, mely alatt a résen nem tapasztalható erősített áthaladás. Ebben az esetben a résen belüli tér eltér a stacionárius (folytonos) hullámok esetében megfigyelttől.

Az elemzést az impulzus-rés rendszer különböző paraméterei mellett hajtottuk végre. Három különböző impulzus-erősítési tartományt találtunk, melyek hosszú, közepes és rövid beeső impulzusoknak felelnek meg. A számolások során hullámhossz-egységekben adtuk meg a rés méreteit, míg az impulzushosszat a ciklusok számával adtuk meg. Mint ezt korábban elmondtuk, a transzmissziós görbe alakját három paraméter határozza meg: a rés szélessége (2*a*), az ernyő vastagsága (*b*) illetve a központi hullámhossz (λ_0). Az előző szakaszban arról is említést tettünk, hogy hosszabb impulzusok esetén a Fourierkomponensek (a spektrális sávszélesség keskenysége miatt) egyenletesen erősödnek, míg a rövidebb (nagyobb sávszélességű) impulzusok központi frekvenciától távoli frekvenciakomponensei kisebb erősítésen mennek keresztül. Az ebben a szakaszban leírt három erősítési tartományhoz rendelhető impulzushosszakat is a transzmissziós görbe alakja határozza meg. Az eredményeket rögzített *a*, *b* és λ_0 értékek mellett mutatjuk be, ahol ezek az értékek a 7.2.1. szakaszban leírtak alapján a folytonos hullámok rezonáns erősítésének felelnek meg. Természetesen az *a*, *b* és λ_0 paraméterek változtatása módosítja az elektromágneses
73

teret, de mindig megtalálható a fenti három terjedési tartomány, melyek fő topológiája változatlan. Az impulzust (melyet az előző szakaszban leírt Gauss-eloszlású mágneses tér jellemez) továbbra is TM-polarizáltnak tételeztük fel; a rést tartalmazó ernyő merőleges az érkező impulzus terjedési irányára. Az eredményeket három impulzushosszra mutatjuk be: 25 fs, 10 fs illetve 5 fs (7.8., 7.9. és 7.10. ábrák). Az E_x elektromos teret és S_z fluxust a t idő és a z koordináta függvényében szemléltetjük. Az idő a pozitív értékek felől a negatív értékek irányába telik (az ábrákon jobbról balra), míg az impulzus szintén a pozitív z irány felől terjed a negatív irányba (az ábrákon fentről lefelé).

Mint erről korábban már szót ejtettünk, a hosszú impulzusok esetén (25fs), melyek spektrális szélessége kisebb, gyakorlatilag az azt alkotó valamennyi Fourier-komponensre fennáll a résen belüli erősítés feltétele (7.8(c) ábra). Az impulzus bármely időpillanatában az elektromos tér térbeli eloszlása (7.8(a) ábra) hasonló a folytonos hullámokra jellemző Fabry–Pérot rezonanciához [69], eltekintve az impulzust jellemző időbeli eloszlástól. Ezért a 7.8(a) ábrán bemutatott erősítési tartományt nevezhetjük stacionáriusnak. Ebben a tartományban a transzmittált impulzus amplitúdója nagy pontossággal közelíthető az $E^{tr} = E_{in}\sqrt{T_{\rm FK}}$ képlettel, ahol $T_{\rm FK} = S_z^{tr}/S_z^{in}$ a transzmissziós együttható. Csak egy egész csekély eltérés figyelhető meg, mivel a különböző frekvenciakomponensek fázisai kis mértékben különböznek a rés be- és kimeneténél. A résben a maximumok kissé el vannak tolódva a folytonos hullámnál megfigyelthez [135] képest. Ezt a rés be- és kimeneti oldalánál fellépő belső visszaverődések okozzák. A beeső, visszavert és diffraktált tereknek a rés bemeneténél létrejövő interferenciája egy jól látható zérus-szintet hoz létre a beeső és visszavert terek között, ami az idővel elmozdul. Az első térrészben a diffraktált tér csupán a közeli zónában bír jelentős hatással az interferenciára. A rés mögött elő- és utóimpulzus figyelhető meg közelítőleg 20 fs-nál, illetve -30 fs-nál. A 7.8(b) ábrán az impulzusalak két fontos jellegzetességet mutat: közelítőleg 8 fs-os impulzuskésést (ami megegyezik a [96] cikkben vastag résre kapott eredményekkel; elméleti áthaladási idő $b/c \approx 1.15$ fs), és szintén látható a kimeneti elő- és utóimpulzus. Az eredmény viszont különbözik a vékony ernyőknél $(2b/\lambda < 1)$ megfigyelt [102, 135] impulzussietéstől (szuperluminaritás). Észrevehető, hogy a kimeneti elő- és utóimpulzus (az ábrán sötét foltok) energiájának haladási



(c) Amplitúdó-transzmisszió (\sqrt{T} , 'A' görbe), a transzmittált (E^{tr} , 'B' görbe) és a beeső impulzus (E^{in} , 'C' görbe) spektruma.

7.8. ábra. A 25 fs-os Gauss-szerű impulzusra jellemző stacionárius erősítési tartomány a HHK rés előtt (I), a résben (II) és a rés mögött (III).

iránya ellentétes a főimpulzuséval (világos folt, haladási irány I. térrész felől a III. térrész felél. A rés mögötti maximális fluxus közelítőleg fele a résen belüli maximális fluxusnak és tízszerese a rés előtti értéknek, ami jó egyezést mutat a $T_{\rm FK} \approx 10$ értékkel. Ez a maximális érték a 7.8(a) és 7.8(b) ábrákon egy erősebb kontrasztú csíkként figyelhető meg az ábrák III. térrészének felső részén. A vékony intenzív sáv oka a közeli diffrakciós zónában jelenlévő nagy intenzitás. A réstől mért távolságot növelve az intenzitás exponenciálisan csökken. A 7.8(a) és 7.8(b) ábrák elemzése során időbeli kiszélesedés és késés figyelhető





(c) Amplitúdó-transzmisszió (\sqrt{T} , 'A' görbe), a transzmittált (E^{tr} , 'B' görbe) és a beeső impulzus (E^{in} , 'C' görbe) spektruma.

7.9. ábra. A 10 fs-os Gauss-szerű impulzusra jellemző kvázistacionárius erősítési tartomány a HHK rés előtt (I), a résben (II) és a rés mögött (III).

meg, míg a 7.8(c) ábra a transzmittált impulzus spektrális komponenseinek erősödését és a spektrum keskenyedését (időbeli kiszélesedést: $\tau^{tr}/\tau^{in} = 1.15$) szemlélteti.

A szélesebb spektrummal rendelkező rövidebb impulzusok (10 fs) esetén az erősítési zóna (7.9(a) ábra) különbözik a 7.8(a) ábrán a stacionárius tartományban megfigyelttől. Ebben a zónában a Fourier-komponensek jelentős része rezonánsan erősödik a résben, a beés kimenetnél pedig a központi hullámhosszhoz tartozó hullám fázistolásával közelítőleg megegyező fázistolást szenvednek; itt azonban már megjelennek attól teljességgel külön-

75

böző fázistolást szenvedő komponensek is. A téreloszlás periodikusan ismétlődik az impulzus áthaladása során, de eltér a stacionárius tartományban megfigyelttől. A transzmittált impulzus amplitúdója kisebb, mint az előbbi hosszú impulzus esetében ($E^{tr} < E^{in}\sqrt{T_{\rm FK}}$). A 7.9(a) ábrán bemutatott erősítési tartományt nevezhetjük kvázistacionáriusnak. A résen belüli rezonanciák sokkal jobban megfigyelhető többszörös reflexiót mutatnak. A reflexiók közelítőleg 6 fs időtartam alatt következnek be, ami a kissé eltérő fázisú Fourier-komponensek résen belüli interferenciájának eredménye (hosszú élettartamú rezonanciák, long living resonances [15]). A 7.9(b) ábra a 10 fs hosszúságú impulzus energiafluxusát mutatja. Közelítőleg 5 fs impulzuskésés, valamint belső reflexió (sötét zóna t = -5 fs-nál) figyelhető meg. A belső reflexió tényét alátámasztja a rés két végén kialakuló minimumok közötti Δt időkülönbség értéke ($\Delta t \approx b/c$). Az energiafluxus maximális értéke a harmadik zónában közelítőleg megegyezik a résen belüli értékkel, és közelítőleg négyszerese az első térrész-beli értéknek. A fluxus-erősítés valamivel kisebb, mint a stacionárius esetben: $S_z^{tr} < T_{\rm FK}S_z^{in}$. A 7.9(a) és 7.9(b) ábrák időbeli kiszélesedést és késést mutatnak be, míg a 7.9(c) ábra a spektrális komponensek erősödését és a spektrum keskenyedését jelzi

 $(\tau^{tr} / \tau^{in} = 1.64).$

A legjobban megfigyelhető különbségeket egy 5 fs hosszúságú impulzus és az iménti hosszabb impulzusok (7.8(a), 7.9(a) és 7.10(a) ábrák) elektromos téreloszlásának összehasonlításával kapjuk. Ebben a tartományban (amit nevezhetünk nem stacionáriusnak) a Fourier-komponensek jelentős része nem erősödik rezonánsan a résen belül. A frekvenciakomponensek nagyobb része a központi frekvenciáétól erősen különböző fázistolást szenved. Ugyan a téreloszlás periodikusan ismétlődik az impulzus áthaladása során, teljességgel eltér a stacionárius és kvázistacionárius eloszlásoktól. Míg a 7.8(a) ábrán a pillanatnyi eloszlás hasonló a folytonos hullámok esetében megfigyelthez [135], azaz a rés egyik végén minimum, a másik végén maximum figyelhető meg, a 7.10(a) ábrán egyetlen maximum látható közelítőleg a rés közepénél. A maximumnak a rés közepéhez viszonyított hullámszerű időbeli fluktuációja (7.10(a) ábra) a résen belüli, eltérő fázisú Fourierkomponensek interferenciájának tulajdonítható. A 7.10(b) ábra az 1.59 N_c hosszúságú impulzus energiafluxusát mutatja. Az energiafluxus harmadik térrész-beli maximális ér-



(a) Az elektromos téreloszlás valós része $(\Re(E_x))$

(b) Energiafluxus (S_z)



(c) Amplitúdó-transzmisszió (\sqrt{T} , 'A' görbe), a transzmittált (E^{tr} , 'B' görbe) és a beeső impulzus (E^{in} , 'C' görbe) spektruma.

7.10. ábra. Az 5 fs-os Gauss-szerű impulzusra jellemző nem stacionárius erősítési tartomány a HHK rés előtt (I), a résben (II) és a rés mögött (III).

téke közelítőleg egyenlő a második térrész-beli értékkel, és 1,3-szerese az első térrész-beli értéknek. A 7.10(a) és 7.10(b) ábrákon ugyancsak megfigyelhető időbeli kiszélesedés és késés. A 7.10(c) ábra a Fourier-komponensek erősödését és a spektrum szűkülését mutatja ($\tau^{tr}/\tau^{in} = 2.54$). Habár úgy tűnik, hogy a résben kialakuló tér a beeső impulzus megérkezése előtt már oszcillál (az ábrákon az (a)/I térrész), valójában ez csak látszólagos, mert az ábrák a beeső, visszavert és diffraktált terek interferenciájaként kialakuló teljes teret mutatják. Ez azt jelenti, hogy a belső tér akkor kezd oszcillálni, amikor a *beeső* impulzus megérkezik a réshez. (Kiemeljük, hogy a számolások során olyan időbeli impulzusszélességet használtunk, hogy az egymást követő impulzusok ne gyakoroljanak hatást egymásra.)

78

A számolások során használt modell idealizált. A talált három erősítési tartomány létezésének feltétele az ernyő tökéletes vezető volta. Mint erről korábban szó volt, az ernyő a nagyobb hullámhosszakkal jellemezhető tartományban tekinthető tökéletes vezetőnek: ez függ az ernyő anyagától. Az impulzus spektrumát az ω_0 központi frekvencia és a hullámcsomag hossza ($\tau \sim 1/\Delta \omega$) határozza meg. Nagy központi hullámhosszak és nem túl rövid impulzusok esetén az impulzus spektruma a hosszúhullámú régióban marad, így a fém tekinthető tökéletes vezetőnek. Egy példa: a tökéletes vezető közelítés ezüst ernyő esetén a $[750 \text{ nm},\infty]$ tartományban igaz. Ezüst esetén a nulladrendű módus csillapítása és fázisváltozása z = 350 nm távolságon $\lambda = 850$ nm hullámhosszra 4,37%, míg $\lambda = 750$ nm hullámhosszra 6,03% (a számítás alapjait [11] írja le). Tökéletes vezetőre a terjedési állandó $\gamma_m = \sqrt{k^2 - (m\pi/2a)^2}$ alakú (lásd a 3.4. szakasz (3.66d) definícióját). Az általunk vizsgált paraméterek esetén csak a nulladrendű módus (m = 0) terjed. A magasabbrendű módusok evaneszcens módusok. z = b/10 távolság megtétele után az elsőrendű módus amplitúdója a kezdeti érték közel századrésze. Tehát a magasabbrendű módusok (m > 0)hozzájárulása a hullámvezető kijáratánál elhanyagolható. Ezek szerepe csupán a rés bejáratánál (b/10 távolságon belül) számottevő. Ugyan modellünk tökéletes vezetőt vizsgál, a fém felszínén polarizációs töltések lehetnek jelen [136]. A felületi polaritonok evaneszcens módusokra, szuper-tükörként" (erősítő tükörként) működhetnek, ami aztán az átvitel erősítését eredményezi [63]. Tehát a vizsgált paraméterek mellett csak a nulladrendű módus terjed; a magasabbrendű, evaneszcens módusok hatása csupán néhány százalékos változást erdményez az átvitelben. Bár az erősítés során jelentős hatással bír, az evaneszcens módusok esetén fellépő "szuper-tükör" hatás nem tekinthető a legfontosabb jelenségnek.

Az ábrák viszonylag kis tartományt mutatnak mind a z, mind a t irányban. Ennek oka az, hogy ily módon vált lehetővé a három erősítési tartomány láthatóvá tétele. Nagyobb tartományt vizsgál Stavrinou és Solymár cikke [96]. A számolásaink során visszakaptuk a visszavert és transzmittált hullámoknak az első térrészben általuk megfigyelt V alakú téreloszlását. Összegezve, impulzusok esetén három erősítési tartományt figyeltünk meg, melyek hosszú, közepes és rövid impulzusoknak felelnek meg. Az eredmények általánosak minden, stacionárius rezonanciák fenntartására képes impulzus-szóró rendszer esetén. A modellünk a terahertzes impulzusoktól a látható tartomány-beli femtoszekundumos impulzusokig alkalmazható.

79

Összefoglalás

Az ebben a részben hivatkozott cikkek megtalálhatók az irodalomjegyzékben is; az áttekinthetőség kedvéért azonban egy külön szakaszban (*A disszertációhoz kapcsolódó saját publikációk*) is összefoglaltam őket.

- 1. Meghatároztam a nanométeres méretű résre érkező folytonos fénynek (az impulzus mint hullámcsomag egy Fourier-komponensének) a vizsgált, hullámhossznál kisebb vastagságú ernyőbe vágott és hullámhossznál kisebb szélességű rés előtti és ezen résbeli elektromos és mágneses terét, valamint a reflexiós koefficienst. Kimutattam, hogy a fő reflexiós rezonanciák λ/2 periodicitással, a transzmissziós rezonanciákhoz képest kisebb résvastagságoknál jelennek meg; a transzmissziós rezonanciáknál a reflexiós görbének minimuma van. Kimutattam továbbá, hogy a résbeli energiafluxus többszöröse a rés előtti illetve mögötti energiafluxusnak. Numerikus számolásokkal támasztottam alá, hogy az erősített transzmissziót illetve a rés előtti tér erősödését elsődlegesen a résben kialakuló Fabry–Pérot-szerű elektromágneses tér rezonáns gerjesztése eredményezi.[S5,S6]
- 2. Analitikus formulákat határoztam meg a rés előtti és mögötti térre. Az ezekkel a formulákkal kapott eredményeket a pontos numerikus formulákkal kapott eredményekkel illetve az első térrészben a teret csupán a beeső és visszavert hullámok interferenciájaként leíró félanalitikus modell [69] segítségével kapott eredményekkel összevetve kimutattam, hogy a transzmissziós rezonanciák helyére mind a három modell pontos értéket ad; azonban míg az előbbi számításokkal a transzmisszió erősödése mutatható ki, addig a félanalitikus modell az irodalomban (mind elméletileg,

mind kísérletileg) kimutatott transzmisszió-erősítés helyett annak jelentős csökkenését indikálja.[S4]

- 3. A folytonos hullámokat leíró numerikus modellt továbbfejlesztettem femtoszekundumos impulzusokra.[S1,S2,S3] Megmutattam, hogy az impulzus a közeli zónában $(|z| \approx 0.1a)$ a rés közelsége miatt deformációt szenved (a rés élének a hatása – csúcshatás), míg a távoli zónában $(|z| \approx 10a)$ az impulzus patkó alakú téreloszlást mutat; a legkisebb deformációjú impulzusalak $|z| \approx a$ távolságon tapasztalható.[S3]
- 4. Numerikus számítások segítségével igazoltam, hogy lehetséges nanométeres térbeli és femtoszekundumos időbeli optikai felbontás előállítása ultrarövid fényimpulzusok nanorésen való diffrakciójával.[S1,S2,S6] Kimutattam, hogy a kiszélesedés nélküli áthaladásnak határt szab a rés transzmissziós karakterisztikája. A $T(a, b, \lambda)$ transzmissziós koefficiens különböző paraméterek melletti vizsgálatával megmutattam, hogy a transzmittált impulzus alakját és erősítését az impulzushossz és a transzmissziós görbe viszonya határozza meg.[S2] Rövid impulzusok esetén a központi frekvenciától távol eső, az impulzust alkotó frekvenciakomponensek vizsgálata nyomán megállapítottam, hogy azok a központi frekvenciától eltérő mértékben erősödnek, ami impulzuskiszélesedést és az erősítés mértékének csökkenését eredményezi.[S2,S6]
- 5. Megállapítottam, hogy míg a folytonos hullámok esetén a rés szimmetriája miatt a közeli tér a rés előtt és mögött nagy mértékben hasonlít [S5], addig a beeső, visszavert és diffraktált terek által előállított, rés előtti elektromágneses tér impulzusok esetén erősen eltérhet; ennek az eltérésnek az eredményeképpen jól elkülöníthető zérusszint alakulhat ki az első térrészben. Igazoltam, hogy impulzusok esetében a folytonos hullámokhoz hasonlóan a résbeli tér energiafluxusa többszöröse mind a rés előtti, mind az amögötti tér energiafluxusának. Az arány értékét az impulzushossz és a rés geometriájából származó transzmissziós karakterisztika határozza meg. Az időbeli és z tengely menti téreloszlások vizsgálata során három eltérő tulajdonságú (stacionárius, kvázistacionárius és nem stacionárius), különböző hosszúságú impulzusokkal jellemezhető erősítési tartományt találtam femtoszekundumos impulzusok esetén.[S6]

Summary

Theoretical overview

Light transmission through small apertures is a classical problem of the diffraction theory, one of the most important results of optics. It was Rayleigh who showed that two objects may be resolved if the main maximum of one of the patterns coincides with the (first) minimum of the other pattern. In 1928 Synge introduced the principle of near field optics. According to this principle, by using a sufficiently small (subwavelength-size) slit the resolution limit of optical microscopy determined by Rayleigh can be overcome. The problem of light transmission through subwavelength apertures formed in perfect conductor metal screen was treated by Bethe in 1944 and by Levine and Schwinger by 1948. The idea of Synge was realised by Lewis *et al.* and Pohl *et al.* in 1984.

In the last decade the scattering of light on nanostructured optical elements became one of the most investigated fields of research. Perhaps the most interesting feature of the scattering of light on such subwavelength metallic objects is resonant enhancement. This phenomenon was first demonstrated by Ebbesen *et al.* in a periodic grating of subwavelength apertures. The origin of the enhancement is still debated: some theories associate it with surface plasmon resonances, others with intraslit waveguide mode resonances.

The theories modeling the transmission of ultrashort (terahertz, femtosecond) pulses through nanostructures are also of high importance. Many physical processes —such as the vibrational motion of molecules or the carrier redistribution in the band structure of semiconductors— observed in condensed matters and molecules occur on the picosecond or femtosecond time scale. In most femtosecond-resolved experiments the information is averaged in space. This averaging is particularly annoying when the process is examined in nanostructured materials; therefore the development of techniques with femtosecond-scale temporal and nanometer-scale spatial resolution is particularly important.

Objectives

The previous researches primarily dealt with the electromagnetic field behind the slit and the effect of the transmission coefficient of the slit on a continuous light wave. However, the fields in front of and inside the slit were investigated only by a few studies. Moreover, there are only a few known analytical formulae describing this problem. The analytical formula that is commonly accepted in the literature (developed by Takakura) describing the transmission through a single slit, in contrast to the transmission enhancement demonstrated in the literature, indicates attenuation.

Another interesting problem that has been, up till now, treated primarily experimentally in the literature is the transmission of ultrashort pulses through apertures. The questions "How the transmission of ultrashort pulses through nanoapertures modifies the spatial and spectral shape and length of the pulse?" and "Which parameters of the slit and the pulse affects the shape of the transmitted pulse?" are still not clarified.

The objectives of the dissertation are the followings:

- 1. The examination of the electromagnetic fields of a continuous light wave transmitted through a single subwavelength nanoslit in front of and inside the slit. Finding formulae that describe these fields. Determination and examination of the reflection coefficient.
- 2. Determination of analytical formulae describing the electromagnetic fields in front of and inside the slit and the transmission coefficient. Comparison with the analytical and numerical formulae described earlier in the literature.
- 3. Development of a model describing the transmission of ultrashort pulses through subwavelength nanoslits. Examination of the enhanced transmission and spatial localization of the pulses and the modifications observed in the field around the slit caused by the temporal profile of the pulse.

Methods

In the dissertation formulae for the electromagnetic fields around the slit are determined starting from the numerical method of Betzig *et al.* based on the Neerhoff and Mur-solution of Maxwell's equations. The original formalism describes the diffraction of a TM-polarized continuous light wave transmitted through a slit of width 2a that is cut parallel to the y axis into a screen with thickness b. The solution uses the two-dimensional Green's theorem, using different Green's functions in the three regions (in front of, inside, and behind the slit). In this way four integral equations can be determined that can be solved numerically.

In Chapter 5, formulae are given for the fields in front of and inside the slit that follows (but are missing) from the paper of Betzig *et al.* With these formulae local definition may be found for the reflection coefficient.

In Chapter 6, numerical formulae are determined for the electromagnetic fields in front of and behind the slit that are valid for distances $z \gg 2a$. This follows from the numerical method in which the slit is divided to N subintervals; for the number N, the inequality N > 2a/z must be true. This means that z > 2a/N also holds. Therefore, by dividing the slit to one subinterval, we receive the expression above. With this expression, simple analytical formulae may be determined in region I (in front of the slit) and III (behind the slit). These formulae give correct values for the location and the magnitude of the transmission resonances.

Finally, based on the formulae describing the transmission of continuous waves through a single subwavelength nanoslit, in Chapter 7 the components of the electromagnetic field of an ultrashort pulse transmitted through a single slit are determined. This was performed using the fast Fourier-transform. The calculations were performed with different versions of the mathematical program packages *Maple* and *Mathcad*; we also used specialized programs written in the programming languages *Fortran 77* and *Pascal* (Delphi). While the former mathematical packages use built-in algorithms that may not be optimal for the given problem, using the latter programming languages it is possible to create optimized algorithms leading to programs that are running much faster.

Theses

Below I summarize the new results presented in the dissertation.

- 1. I determined the R reflection coefficient and the electric and magnetic fields of a continuous wave (Fourier-component of a wavepacket) passing through a nanometer-size slit in front of and inside a slit of width smaller than the wavelength cut into a screen of thickness smaller than the wavelength. I showed that the main reflection resonances appear with λ/2 periodicity at screen thicknesses that are smaller than the thicknesses that belong to the transmission resonances; at the transmission resonances the function R(b) has minima. I also showed that the intraslit energy flux can be one order of magnitude larger than the energy flux in front of or behind the slit. I confirmed with numerical calculations that the enhanced transmission and the enhancement of the field in front of the slit can be attributed primarily to the resonant excitation of the Fabry–Pérot-like electromagnetic field inside the slit.[S5,S6]
- 2. I determined analytical formulae for the fields in front of and behind the slit. Comparison of the results obtained by using these formulae with the results of the rigorous numerical formulae and the semianalytical model that describes the field in the first region (in front of the slit) as the interference of the incident and reflected waves I showed that the location and the shift of the transmission resonances are described exactly by either of the three models; however, while the latter semianalytical model predicts transmission attenuation, the other two models indicates enhancement.[S4]

- 3. I developed a numerical model describing the transmission of ultrashort pulses through subwavelength nanoslits that is based on the numerical model for continuous waves.[S1,S2,S3] I showed that in the near zone ($|z| \approx 0.1a$) the pulse experiences deformation owing to the effect of the slit edges, while in the far zone ($|z| \approx 10a$) the pulse exhibits semicircular field distribution; the pulse with the smallest deformation can be observed at $|z| \approx a$.[S3]
- 4. I verified with numerical calculations that it is possible to produce nanometer-scale spatial and femtosecond-scale temporal optical resolution with the diffraction of ultrashort light pulses on subwavelength nanoslits. [S1,S2,S6] I showed that the transmission of the pulse without temporal broadening is limited by the transmission characteristics of the slit. With the examination of the $T(a, b, \lambda)$ transmission coefficient at different parameters I showed that the shape and enhancement of the transmitted pulse is determined by the relation of the pulse length and the transmission function. [S2] In the case of short pulses I showed by examining the frequency components of the pulse far from the central frequency that these components experiment a different enhancement. [S2,S6]
- 5. I showed that while in the case of continuous waves the near field zones in front of and behind the slit are very much alike owing to the symmetry of the slit [S5], in the case of ultrashort pulses the electromagnetic field in front of the slit produced by the incident, reflected and diffracted fields may differ significantly from the field behind the slit, resulting in an easily distinguishable zero-level in the first region. I verified that in the case of pulses, similarly to the continuous wave case, the energy flux of the intraslit field is a few times larger than the energy flux of the field either in front of or behind the slit. The ratio is determined by the pulse length and the transmission characteristics resulting from the slit geometry. By examining the temporal field distribution along the z axis, in the case of ultrashort pulses I found three enhancement regions (stationary, quasistationary, and nonstationary) that can be characterized by pulses of different lengths.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton köszönöm mindazon kollégák segítségét, akik valamilyen módon hozzájárultak jelen disszertáció megírásához. Köszönetet szeretnék mondani témavezetőmnek, Kuhlevszkij Szergejnek kitartó szakmai vezetéséért. Köszönöm Janszky Józsefnek, a Fizikai Intézet igazgatójának, Sánta Imrének, a Dél-Dunántúli Kooperációs Kutatási Központ igazgatójának, valamint tanszékvezetőimnek, Hebling Jánosnak és Almási Gábornak, akik a kutatómunka végzésében támogattak, és biztosították a munkához szükséges feltételeket. A disszertáció gondos elolvasásáért és a hasznos észrevételekért köszönettel tartozom Ádám Péternek, Sánta Imrének és Szász Jánosnak. Köszönöm Makkai Gézának és Koniorczyk Mátyásnak a kutatás során felmerült programozási problémák megoldásában nyújtott segítséget. Hálás vagyok továbbá szüleim szüntelen támogatásáért, valamint bátyám hasznos szakmai tanácsaiért.

Saját publikációk

A disszertációhoz kapcsolódó saját publikációk

- [S1] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, L. CSAPO, K. JANSSENS. Near-field diffraction of fs and sub-fs pulses: super-resolution of NSOM in space and time. Phys. Lett. A, 319:439-447, December 2003.
- [S2] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, L. CSAPO, K. JANSSENS, O. SAMEK. Enhanced transmission versus localization of a light pulse by a subwavelength metal slit. Phys. Rev. B, 70:195428, November 2004.
- [S3] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER. Detailed structure of femtosecond and subfemtosecond pulses diffracted by a nanometre-sized aperture. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 5:256-262, May 2003.
- [S4] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, O. SAMEK, K. JANSSENS. Analytical model of the enhanced light transmission through subwavelength metal slits: Green's function formalism versus Rayleigh's expansion. Appl. Phys. B, 84:19-24, July 2006.
- [S5] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, L. CSAPÓ, K. JANSSENS, O. SAMEK. Resonant backward scattering of light by a subwavelength metallic slit with two open sides. Phys. Rev. B, 72:165421, October 2005.
- [S6] M. MECHLER, O. SAMEK, S.V. KUKHLEVSKY. Enhanced transmission and reflection of few-cycle pulses by a single slit. Phys. Rev. Lett., 98:163901, April 2007.

Konferenciák, előadások

- [K1] M. MECHLER, S.V. KUKHLEVSKY. Anomalous backward scattering of light by a two-side-open subwavelength metallic slit. In: Device and Process Technologies for Microelectronics, MEMS, and Photonics IV, Proceedings of SPIE. Eds.: J.-C. Chiao, A.S. Dzurak, C. Jagadish, D.V. Thiel 6037, 2005.
- [K2] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, L. CSAPO, K. JANSSENS, O. SAMEK. Nondiffractive subwavelength beam nano-optics. In: The International symposium on optical science and technology. Plasmonics: metallic nanostructures and their optical properties. 2. SPIE 5512-21. / N.J. Halas, T.R. Huser. - Denver, Col. : SPIE, 2004. - 37.
- [K3] M. MECHLER, L. CSAPÓ, S.V. KUKHLEVSKY. Enhanced transmission and localization of light at a nanometer-size metallic slit on the femtosecond time scale. Conference of ESF Femtochemistry & Femtobiology (Ultra) Program, (2004)

Egyéb publikációk

- 1. S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER. Diffraction-free subwavelength-beam optics at nanometer scale Opt. Commun.231:35-43, February 2004.
- O. GÜHNE, M. MECHLER, G. TÓTH, P. ÁDÁM. Entanglement criteria based on local uncertainty relations are strictly stronger than the computable cross norm criterion. Phys. Rev. A (Rapid Communication), 74:010301(R), July 2006.

Irodalomjegyzék

- T.W. EBBESEN, H.J. LEZEC, H.F. GHAEMI, T. THIO, AND P.A. WOLFF. Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays. Nature, **391**:667– 669, February 1998.
- M.M.J. TREACY. Dynamical diffraction explanation of the anomalous transmission of light through metallic gratings. Phys. Rev. B, 66:195105, 2002.
- [3] H.J. LEZEC AND T. THIO. Diffracted evanescent wave model for enhanced and suppressed optical transmission through subwavelength hole arrays. Optics Express, 12:3629–3651, 2004.
- [4] G. GAY, O. ALLOSCHERY, B. VIARIS DE LESEGNO, C. O'DWYER, J. WEINER, AND H.J. LEZEC. The optical response of nanostructured surfaces and the composite diffracted evanescent wave model. Nature Phys., 264:262–267, 2006.
- [5] S.H. CHANG, S. GRAY, AND G. SCHATZ. Surface plasmon generation and light transmission by isolated nanoholes and arrays of nanoholes in thin metal films. Optics Express, 13:3150–3165, 2005.
- [6] C. GENET, M.P. VAN EXTER, AND J.P. WOERDMAN. Fano-type interpretation of red shifts and red tails in hole array transmission spectra. Opt. Commun., 225:331, 2003.
- Q. CAO AND P. LALANNE. Negative role of surface plasmons in the transmission of metallic gratings with very narrow slits. Phys. Rev. Lett., 88(5):057403, February 2002.

- [8] Y. XIE, A.R. ZAKHARIAN, J.V. MOLONEY, AND M. MANSURIPUR. Transmission of light through a periodic array of slits in a thick metallic film. Optics Express, 13:4485, 2005.
- J.A. PORTO, F.J. GARCÍA-VIDAL, AND J.B. PENDRY. Transmission resonances on metallic gratings with very narrow slits. Phys. Rev. Lett., 83(14):2845–2848, October 1999.
- [10] J. BRAVO-ABAD, L. MARTÍN-MORENO, AND F.J. GARCÍA-VIDAL. Transmission properties of a single metallic slit: From the subwavelength regime to the geometricaloptics limit. Phys. Rev. E, 69:026601, 2004.
- [11] YONG XIE, ARMIS R. ZAKHARIAN, JEROME V. MOLONEY, AND MASUD MAN-SURIPUR. Transmission of light through slit apertures in metallic films. Optics Express, 12(25):6106–6121, December 2004.
- [12] H. Raether, editor. Surface plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings. Springer (Berlin), 1988.
- [13] F.I. BAIDA AND D. VAN LABEKE. Light transmission by subwavelength annular aperture arrays in metallic films. Opt. Commun., 209:17–22, August 2002.
- [14] F.J. GARCÍA DE ABAJO, R. GÓMEZ-MEDINA, AND J.J. SÁENZ. Full transmission through perfect-conductor subwavelength hole arrays. Phys. Rev. E, 72:016608, July 2005.
- [15] A.G. BORISOV, F.G. GARCÍA DE ABAJO, AND S.V. SHABANOV. Role of electromagnetic trapped modes in extraordinary transmission in nanostructured materials. Phys. Rev. B, 71:075408, February 2005.
- [16] HUGO F. SCHOUTEN, TACO D. VISSER, GREG GBUR, DAAN LENSTRA, AND HANS BLOK. The diffraction of light by narrow slits in plates of different materials.
 J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 6:S277–S280, 2004.

- [17] M.M.J. TREACY. Dynamic diffraction in metallic optical gratings. Appl. Phys. Lett., 75(5):606, August 1999.
- [18] HUGO F. SCHOUTEN, TACO D. VISSER, DAAN LENSTRA, AND HANS BLOK. Light transmission through a subwavelength slit: Waveguiding and optical vortices. Phys. Rev. E, 67:036608, March 2003.
- [19] H.J. LEZEC, A. DEGIRON, E. DEVAUX, R.A. LINKE, L. MARTÍN-MORENO, F.J. GARCIA-VIDAL, AND T.W. EBBESEN. *Beaming light from a subwavelength aperture*. Science, **297**(5582):820–822, August 2002.
- [20] L. MARTÍN-MORENO, F.J. GARCÍA-VIDAL, H.J. LEZEC, A. DEGIRON, AND T.W. EBBESEN. Theory of highly directional emission from a single subwavelength aperture surrounded by surface corrugations. Phys. Rev. Lett., 90(16):167401, April 2003.
- [21] F.J. GARCÍA-VIDAL AND L. MARTÍN-MORENO. Transmission and focusing of light in one-dimensional periodically nanostructured metals. Phys. Rev. B, 66:155412, October 2002.
- [22] F.J. GARCÍA-VIDAL, H.J. LEZEC, T.W. EBBESEN, AND L. MARTÍN-MORENO.
 Multiple paths to enhance optical transmission through a single subwavelength slit.
 Phys. Rev. Lett., 90(21):213901, May 2003.
- [23] D.A. THOMAS AND H.P. HUGHES. Enhanced optical transmission through a subwavelength 1d aperture. Solid State Commun., 129:519–524, February 2004.
- [24] LIANG-BIN YU, DING-ZHENG LIN, YI-CHUN CHEN, YOU-CHIA CHANG, KUO TUNG HUANG, JIUNN-WOEI LIAW, JYI-TYAN YEH, JONQ-MIN LIU, CHAU-SHIOUNG YEH, AND CHIH-KUNG LEE. *Physical origin of directional beaming emit*ted from a subwavelength slit. Phys. Rev. B, **71**:041405(R), January 2005.

- [25] ALASTAIR P. HIBBINS, J. ROY SAMBLES, AND CHRISTIAN R. LAWRENCE. Gratingless enhanced microwave transmission through a subwavelength aperture in a thick metal plate. Appl. Phys. Lett., 81(24):4661–4663, December 2002.
- [26] H. Bateman. *Electrical and Optical Wave Motion*. Cambridge University Press, 1915.
- [27] J.A. Stratton. *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill, New York, 1941.
- [28] R. Courant and D. Hilbert. Methods of Mathematical Physics, volume 2. Wiley, New York, 1966.
- [29] J.N. BRITTINGHAM. Focus waves modes in homogeneous Maxwell's equations: Transverse electric mode. J. Appl. Phys., 54:1179–1189, March 1983.
- [30] R.W. ZIOLKOWSKI. Exact solutions of the wave equation with complex source locations. J. Math. Phys., 26:861–863, 1985.
- [31] I.M. BESIERIS, A.M. SHAARAWI, AND R.W. ZIOLKOWSKI. A bidirectional traveling plane wave representation of exact solutions of the scalar wave equation. J. Math. Phys., 30:1254–1269, June 1989.
- [32] J. DURNIN, J. J. MICELI, AND J. H. EBERLY. Diffraction-free beams. Phys. Rev. Lett., 58:1499–1501, April 1987.
- [33] F. GORI, G. GUATTARI, AND C. PADOVANI. *Bessel-Gauss beams*. Opt. Commun., 64:491–495, 1987.
- [34] R.M. HERMAN AND T.A. WIGGINS. Production and uses of diffractionless beams.J. Opt. Soc. Am. A, 8:932, June 1991.
- [35] B. HAFIZI AND P. SPRANGLE. Diffraction effects in directed radiation beams. J. Opt. Soc. Am. A, 8:705, May 1991.
- [36] Z. BOUCHAL. Dependence of Bessel beam characteristics on angular spectrum phase variations. J. Mod. Opt., 40:1325–1329, 1993.

- [37] S. RUSCHIN. Modified Bessel nondiffracting beams. J. Opt. Soc. Am. A, 11:3224, December 1994.
- [38] S. CHÁVEZ-CERDA, G.S. MCDONALD, AND G.H.Z. NEW. Nondiffracting beams: travelling, standing, rotating and spiral waves. Opt. Commun., 123:225–233, February 1996.
- [39] P. SAARI AND K. REIVELT. Evidence of x-shaped propagation-invariant localized light waves. Phys. Rev. Lett., 79:4135–4138, November 1997.
- [40] Z. BOUCHAL, J. WAGNER, AND M. CHLUP. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam. Opt. Commun., 151:207–211, June 1998.
- [41] J. ARLT AND K. DHOLAKIA. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon. Opt. Commun., 177:297–301, 2000.
- [42] V. JARUTIS, R. PASKAUSKAS, AND A. STABINIS. Focusing of Laguerre-Gaussian beams by axicon. Opt. Commun., 184(1-4):105–112, 2000.
- [43] J.C. GUTIÉRREZ-VEGA, M.D. ITURBE-CASTILLO, G.A. RAMIREZ, E. TEPICHIN, R.M. RODRIGUEZ-DAGNINO, S. CHÁVEZ-CERDA, AND G.H.C. NEW. Experimental demonstration of optical Mathieu beams. Opt. Commun., 195:35–40, 2001.
- [44] M.A. PORRAS. Diffraction-free and dispersion-free pulsed beam propagation in dispersive media. Opt. Lett., 26:1364–1366, September 2001.
- [45] M. ZAMBONI-RACHED, E. RECAMI, AND H.E. HERNANDEZ-FIGUEROA. Superluminal localized solutions to maxwell equations propagating along a normal-sized waveguide. Phys. Rev. E, 64:066603, December 2001.
- [46] M. ZAMBONI-RACHED, K.Z. NOBREGA, E. RECAMI, AND H.E. HERNANDEZ-FIGUEROA. Superluminal X-shaped beams propagating without distortion along a coaxial guide. Phys. Rev. E, 66:046617, October 2002.

- [47] M.A. PORRAS. Diffraction effects in few-cycle optical pulses. Phys. Rev. E, 65:026606, February 2002.
- [48] M.A. PORRAS, R. BORGHI, AND M. SANTARSIERO. Suppression of dispersive broadening of pulses with Bessel-Gauss beams. Opt. Commun., 206:235–241, 2002.
- [49] J.C. GUTIÉRREZ-VEGA, M. D. ITURBE-CASTILLO, AND S. CHÁVEZ-CERDA. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams. Opt. Lett., 25:1493–1495, October 2003.
- [50] M.A. PORRAS AND I. GONZALO. Control of temporal characteristics of Bessel-X pulses. Opt. Commun., 217:257–264, March 2003.
- [51] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon, Oxford, 1980.
- [52] Erostyák J., Kozma L., Bergou J., Pintér F. Általános fizika III. Dialóg Campus, 1999.
- [53] B.E.A. Saleh and M.C. Teich. Fundamentals of Photonics. Wiley, New York, 1991.
- [54] E.H. SYNGE. A suggested method for extending the microscopic resolution into the ultramicroscopic region. Philos. Mag., 6:356, 1928.
- [55] A. LEWIS, M. ISAACSON, A. HAROOTUNIAN, AND A. MURAY. Development of a 500 Å resolution microscope. Ultramic., 13:227–231, 1984.
- [56] D.W. POHL, W. DENK, AND M. LANZ. Optical stethoscopy: image recording with resolution λ/20. Appl. Phys. Lett., 44:651–653, April 1984.
- [57] H.A. BETHE. Theory of diffraction by small holes. Phys. Rev., 66(7-8):163–182, October 1944.
- [58] HAROLD LEVINE AND JULIAN SCHWINGER. On the theory of diffraction by an aperture in an infinite plane screen i. Phys. Rev., **74**(8):958–974, October 1948.

- [59] JOHN B. PENDRY. Playing tricks with light. Science, 285(5434):1687–1688, September 1999.
- [60] ROLAND MÜLLER, CLAUS ROPERS, AND CHRISTOPH LIENAU. Femtosecond light pulse propagation through metallic nanohole arrays: The role of the dielectric substrate. Optics Express, 12(21):5067–5081, October 2004.
- [61] P. LALANNE, J.C. RODIER, AND J.P. HUGONIN. Surface plasmons of metallic surfaces perforated by nanohole arrays. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 7:422–426, 2005.
- [62] J. GÓMEZ RIVAS, C. SCHOTSCH, P. HARING BOLIVAR, AND H. KURZ. Enhanced transmission of thz radiation through subwavelength holes. Phys. Rev. B, 68:201306(R), 2003.
- [63] A. KRISHNAN, T. THIO, T.J. KIM, H.J. LEZEC, T.W. EBBESEN, P.A. WOLFF, J. PENDRY, L. MARTÍN-MORENO, AND F.J. GARCÍA-VIDAL. Evanescently coupled resonance in surface plasmon enhanced transmission. Opt. Commun., 200:1–7, December 2001.
- [64] TINEKE THIO, K.M. PELLERIN, R.A. LINKE, H.J. LEZEC, AND T.W. EBBESEN. Enhanced light transmission through a single subwavelength aperture. Opt. Lett., 26(24):1972–1974, December 2001.
- [65] BORA UNG AND YUNLONG SHENG. Interference of surface waves in a metallic nanoslit. Optics Express, 15(3):1182–1190, February 2007.
- [66] A.M. DYKHNE, ANDREY K. SARYCHEV, AND VLADIMIR M. SHALAEV. Resonant transmittance through metal films with fabricated and light-induced modulation. Phys. Rev. B, 67:195402, May 2003.
- [67] DANIEL E. GRUPP, HENRI J. LEZEC, TINEKE THIO, AND THOMAS W. EBBESEN. Beyond the Bethe limit: Tunable enhanced light transmission through a single subwavelength aperture. Adv. Mater., 11:860–862, July 1999.

- [68] U. SCHRÖTER AND D. HEITMANN. Surface-plasmon-enhanced transmission through metallic gratings. Phys. Rev. B, 58(23):15419–15421, December 1998.
- [69] Y. TAKAKURA. Optical resonance in a narrow slit in a thick metallic screen. Phys. Rev. Lett., 86(24):5601–5603, June 2001.
- [70] P. LALANNE, J.P. HUGONIN, AND J.C. RODIER. Theory of surface plasmon generation at nanoslit apertures. Phys. Rev. Lett., 95:263902, December 2005.
- [71] F. YANG AND J.R. SAMBLES. Resonant transmission of microwaves through a narrow metallic slit. Phys. Rev. Lett., 89(6):063901, August 2002.
- [72] F.J. GARCÍA-VIDAL, ESTEBAN MORENO, J.A. PORTO, AND L. MARTÍN-MORENO. Transmission of light through a single rectangular hole. Phys. Rev. Lett., 95:103901, September 2005.
- [73] A. DEGIRON, H.J. LEZEC, N. YAMAMOTO, AND T.W. EBBESEN. Optical transmission properties of a single subwavelength aperture in a real metal. Opt. Commun., 239:61–66, 2004.
- [74] PAUL N. STAVRINOU AND LÁSZLÓ SOLYMÁR. The propagation of electromagnetic power through subwavelength slits in a metallic grating. Opt. Commun., 206:217– 223, June 2002.
- [75] A. BARBARA, P. QUÉMERAIS, E. BUSTARRET, AND T. LOPEZ-RIOS. Optical transmission through subwavelength metallic gratings. Phys. Rev. B, 66:161403(R), October 2002.
- [76] A. DEGIRON AND T.W. EBBESEN. The role of localized surface plasmon modes in the enhanced transmission of periodic subwavelength apertures. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 7:S90–S96, January 2005.
- [77] REUVEN GORDON. Light in a subwavelength slit in a metal: Propagation and reflection. Phys. Rev. B, 73:153405, April 2006.

- [78] P. SHENG, R.S. STEEPLEMAN, AND P.N. SANDA. Exact eigenfunctions for squarewave gratings: Application to diffraction and surface-plasmon calculations. Phys. Rev. B, 26:2907–2916, September 1982.
- [79] ESTEBAN MORENO, A.I. FERNÁNDEZ-DOMÍNGUEZ, J. IGNACIO CIRAC, F.J. GARCÍA-VIDAL, AND L. MARTÍN-MORENO. Resonant transmission of cold atoms through subwavelength apertures. Phys. Rev. Lett., 95:170406, October 2005.
- [80] S.V. Kukhlevsky. Enhanced transmission of light and matter through nanoapertures without assistance of surface waves. Nanoelectronic Devices for Defense & Security Conference, Crystal City, Virginia, 2007.
- [81] M.R. FREEMAN, A.Y. ELEZZABI, G.M. STEEVES, AND JR. G. NUNES. Ultrafast time resolution in scanning tunneling microscopy. Surface Science, 386:290–300, 1997.
- [82] J.B. Stark, U. Mohideen, E. Betzig, and R.E. Slusher. Time-resolved nonlinear microscopy of semiconductor microdisks. In P.F. Barbara, W.H. Knox, G.A. Mourou, and A.H. Zewail, editors, *Ultrafast Phenomena IX*. Springer, Heidelberg, 1994.
- [83] S. SMITH, B.G. ORR, R. KOPELMAN, AND T. NORRIS. 100 femtosecond / 100 nanometer near-field probe. Ultramic., 57:173–175, 1995.
- [84] J. LEVY, V. NIKITIN, J.M. KIKKAWA, A. COHEN, N. SAMARTH, R. GARCIA, AND D.D. AWSCHALOM. Spatiotemporal near-field spin microscopy in patterned magnetic heterostructures. Phys. Rev. Lett., 76(11):1948–1951, March 1996.
- [85] A. VERTIKOV, M. KUBALL, A.V. NURMIKKO, AND H.J. MARIS. Time-resolved pump-probe experiments with subwavelength lateral resolution. Appl. Phys. Lett., 69:2465–2467, October 1996.
- [86] STEVE SMITH, NIELS CHRISTIAN ROEMER HOLME, BRAD ORR, RAOUL KOPEL-MAN, AND TED NORRIS. Ultrafast measurement in GaAs thin films using NSOM. Ultramic., 71:213–223, March 1998.

- [87] B.A. NECHAY, U. SIEGNER, F. MORIER-GENOUD, A. SCHERTEL, AND U. KEL-LER. Femtosecond near-field optical spectroscopy of implantation patterned semiconductors. Appl. Phys. Lett., 74(1):61–63, January 1999.
- [88] B.A. NECHAY, U. SIEGNER, M. ACHERMANN, H. BIELEFELDT, AND U. KELLER. Femtosecond pump-probe near-field optical microscopy. Rev. Sci. Instr., 70(6):2758– 2764, June 1999.
- [89] U. SIEGNER, M. ACHERMANN, AND U. KELLER. Spatially resolved femtosecond spectroscopy beyond the diffraction limit. Measurement Science and Technology, 12:1847–1857, 2001.
- [90] AMIT AGRAWAL, HUA CAO, AND AJAY NAHATA. Time-domain analysis of enhanced transmission through a single subwavelength aperture. Optics Express, 13(9):3535–3542, May 2005.
- [91] QIRONG XING, SHUXIN LI, ZHEN TIAN, DONMG LIANG, NING ZHANG, AND LIYING LANG. Enhanced zero-order transmission of terahertz radiation pulses through very deep metallic gratings with subwavelength slits. Appl. Phys. Lett., 89:041107, July 2006.
- [92] R. MÜLLER AND CH. LIENAU. Propagation of femtosecond optical pulses through uncoated and metal-coated near-field fiber probes. Appl. Phys. Lett., 76(23):3367– 3369, December 2000.
- [93] M. LABARDI, M. ZAVELANI-ROSSI, D. POLLI, G. CERULLO, M. ALLEGRINI, S. DE SILVESTRI, AND O. SVELTO. Characterization of femtosecond light pulses coupled to hollow-pyramid near-field probes: Localization in space and time. Appl. Phys. Lett., 86:031105, January 2005.
- [94] A. DOGARIU, T. THIO, L.J. WANG, T.W. EBBESEN, AND H.J. LEZEC. Delay in light transmission through small apertures. Opt. Lett., 26:450–452, April 2001.

- [95] A. DECHANT AND A.Y. ELEZZABI. Femtosecond optical pulse propagation in subwavelength metallic slits. Appl. Phys. Lett., 84(23):4678–4680, June 2004.
- [96] PAUL N. STAVRINOU AND LÁSZLÓ SOLYMÁR. Pulse delay and propagation through subwavelength metallic slits. Phys. Rev. E, 68:066604, December 2003.
- [97] A. DOGARIU, A. NAHATA, R.A. LINKE, AND L.J. WANG. Optical pulse propagation through metallic nano-apertures. Appl. Phys. B, 74:s69–s73, 2002.
- [98] A. PACK, M. HIETSCHOLD, AND R. WANNEMACHER. Propagation of femtosecond light pulses through near-field optical aperture probes. Ultramic., 92:251–264, 2002. Ultramicroscopy.
- [99] A.G. BORISOV AND S.V. SHABANOV. Applications of the wave packet method to resonant transmission and reflection gratings. Journal of Computational Physics, 199:742-762, May 2004. arXiv:physics/0312103.
- [100] Jean-Claude Diels and Wolfgang Rudolph. Ultrashort Laser Pulse Phenomena. Optics and Photonics. Academic Press, San Diego, 1996.
- [101] RUNWU PENG, YUNXIA YE, ZHIXIANG TANG, SHUANGCHUN WEN, AND DIA-NYUAN FAN. Influence of the chirp on the intensity distribution of an apertured pulse. Optik, 117(8):388–392, 2006.
- [102] O. MITROFANOV, M. LEE, J.W.P. HSU, L.N. PLEIFFER, K.W. WEST, J.D. WYNN, AND J. FEDERICI. Terahertz pulse propagation through small apertures. Appl. Phys. Lett., 79(7):907–909, August 2001.
- [103] O. MITROFANOV, M. LEE, L.N. PLEIFFER, AND K.W. WEST. Effect of chirp in diffraction of short electromagnetic pulses through subwavelength apertures. Appl. Phys. Lett., 80(8):1319–1321, February 2002.
- [104] ZHIJUN LIU AND BAIDA LÜ. Spatiotemporal behavior of ultrashort pulses in the far field. Opt. Commun., 206:13–18, May 2002.

- [105] P. TÖRÖK, P. VARGA, Z. LACZIK, AND G.R. BROOKER. Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: an integral representation. J. Opt. Soc. Am. A, 12:325, 1995.
- [106] P. TÖRÖK, P. VARGA, AND G. NÉMETH. Analytical solution of the diffraction integrals and interpretation of wave-front distortion when light is focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices. J. Opt. Soc. Am. A, 12:2660, 1995.
- [107] P. TÖRÖK AND P. VARGA. Electromagnetic diffraction of light focused through a stratified medium. Appl. Opt., 36:2305–2312, 1997.
- [108] D.S. Jones. Acoustic and Electromagnetic Waves. Clarendon Press, Oxford, 1986.
- [109] K. Okamoto. Fundamentals of Optical Waveguides. Optics and Photonics. Academic Press, 2000.
- [110] Marek Wlodzimierz Kowarz. Diffraction effects in the near field. Rochester, New York, 1995.
- [111] E. BETZIG, A. HAROOTUNIAN, A. LEWIS, AND M. ISAACSON. Near-field diffraction by a slit: implications for superresolution microscopy. Appl. Opt., 25:1890– 1900, June 1986.
- [112] F.L. NEERHOFF AND G. MUR. Diffraction of plane electromagnetic waves by a slit in a thick screen placed between two different media. Appl. Sci. Res., 28(73):78–88, 1973.
- [113] Robert D. Guenther. Modern Optics. John Wiley & Sons, 1990.
- [114] P.M. Morse and H. Feshbach. Methods of Theoretical Physics. McGraw-Hill, New York, 1953.
- [115] M. Abramowitz and I.A. Stegun. Handbook of Mathematical Functions. Dover, New York, 1970.

- [116] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, L. CSAPO, K. JANSSENS, AND O. SAMEK. Enhanced transmission versus localization of a light pulse by a subwavelength metal slit. Phys. Rev. B, 70:195428, November 2004.
- [117] J.M. STEELE, C.E. MORAN, A. LEE, C.M. AGUIRRE, AND N.J. HALAS. Metallodielectric gratings with subwavelength slots: Optical properties. Phys. Rev. B, 68:205103, November 2003.
- [118] S. ASTILEAN, PH. LALANNE, AND M. PALAMARU. Light transmission through metallic channels much smaller than the wavelength. Opt. Commun., 175(4-6):265– 273, March 2000.
- [119] R.F. HARRINGTON AND D.T. AUCKLAND. Electromagnetic transmission through narrow slots in thick conducting screens. IEEE Trans. Antennas Propag, 28(5):616– 622, September 1980.
- [120] MICHAËL SARRAZIN, JEAN-POL VIGNERON, AND JEAN-MARIE VIGOUREUX. Role of Wood anomalies in optical properties of thin metallic films with a bidimensional array of subwavelength holes. Phys. Rev. B, 67:085415, February 2003.
- [121] R. GIUST, J.-M. VIGOUREUX, AND M. SARRAZIN. Asymmetrical properties of the optical reflection response of the Fabry-Pérot interferometer. J. Opt. Soc. Am. A, 17(1):142–148, January 2000.
- [122] E. POPOV, M. NEVIÉRE, S. ENOCH, AND R. REINISCH. Theory of light transmission through subwavelength periodic hole arrays. Phys. Rev. B, 62(23):16100–16108, December 2000.
- [123] J. LINDBERG, K. LINDFORS, T. SETÄLÄ, M. KAIVOLA, AND A.T. FRIBERG. Spectral analysis of resonant transmission of light through a single sub-wavelength slit. Optics Express, 12(4):623–632, February 2004.
- [124] Y. BEN-ARYEH. Increase of optical resolution by evanescent waves. Phys. Lett. A, 328:306–312, August 2004.

- [125] J.R. SUCKLING, A.P. HIBBINS, M.J. LOCKYEAR, T.W. PREIST, J.R. SAMBLES, AND C.R. LAWRENCE. Finite conductance governs the resonance transmission of thin metal slits at microwave frequencies. Phys. Rev. Lett., 92:147401, April 2004.
- [126] CHENG LIU, CHANG-CHUN YAN, YING LIU, AND H. CHEN. Resonant transmission of narrow metallic slit with imperfect inner face. Chinese Physics Letters, 22:1784–1786, 2005.
- [127] Hebling János. Femtoszekundumos fényimpulzusok előállítása és alkalmazása. Doktori értekezés, 2002.
- [128] R. ELL ET AL. Generation of 5-fs pulses and octave-spanning spectra directly from a Ti:sapphire laser. Opt. Lett., 26:373, 2001.
- [129] Benkő G. Measurements of ultrashort laser pulses. Master's thesis, JPTE, 1998.
- [130] ZOLTÁN L. HORVÁTH, ZSOLT BENKŐ, ATTILA P. KOVÁCS, H.A. HAZIM, AND ZSOLT BOR. Propagation of femtosecond pulses through lenses, gratings, and slits. Optical Engineering, 32(10):2491–2500, October 1993.
- [131] ZOLTÁN L. HORVÁTH AND ZSOLT BOR. Focusing of truncated Gaussian beams. Opt. Commun., 222:51–68, May 2003.
- [132] Horváth L. Zoltán, Bor Zsolt. Femtoszekundumos optika.
- [133] WATARU NAKAGAWA, RONG-CHUNG TYAN, PANG-CHEN SUN, AND YESHAIAHU FAINMAN. Near-field localization of ultrashort optical pulses in transverse 1-D periodic nanostructures. Optics Express, 7(3):123–128, July 2000.
- [134] RUNWU PENG, ZHIXIANG TANG, YUNXIA YE, SHUANGCHUN WEN, AND DIA-NYUAN FAN. Effects of the frequency chirp on the fields of a chirped Gaussian pulse passing through a hard-edged aperture. Opt. Commun., 259:474–478, September 2006.

- [135] S.V. KUKHLEVSKY, M. MECHLER, L. CSAPO, AND K. JANSSENS. Near-field diffraction of fs and sub-fs pulses: super-resolution of NSOM in space and time. Phys. Lett. A, **319**(5-6):439–447, December 2003.
- [136] J.B. PENDRY, L. MARTÍN-MORENO, AND F.J. GARCÍA-VIDAL. Mimicking surface plasmons with structured surfaces. Science, 305(5685):847–848, August 2004.